

神奈川県 厚木市 合同会社 LOCOMTEC 萩原AIPS研究所
Hagiwara Artificial Intelligence Partner System Research Laboratory

<https://locomtec.jp/harl-1>

鉄腕アトムは半導体部品で構成され創られています。
鉄腕アトムの賢い電子の目は太陽の光を吸収して
光エネルギーを電気エネルギーに変換します。
鉄腕アトムの賢い電子の目は太陽電池でもあります。
賢い電子の目は半導体で造られます。

[Mathematics and Physics of Semiconductor Devices by Yoshiaki Hagiwara AIPS_01.mp4](#)
[Publication List by Yoshiaki Hagiwara.html](#)

半導体とは？



[Mathematics and Physics of Semiconductor Devices by Yoshiaki Hagiwara AIPS.pdf](#)
[How to make Multi Junction Solar Cell Yoshiaki Hagiwara.html](#)
[小学生用半導体基礎講座 講師 萩原良昭.html](#)
[SSIS 半導体講座2022 イメージセンサ 賢い電子の目 萩原良昭講師.pdf](#)

Global High-Tech Award

ロボットやスマフォ等で使う超光感度半導体受光素子の発明(1975)と開発(1975-2008)を通じてSONYだけでなく世界のIT産業に貢献しました。

State Award of the Republic of Armenia for Global Contribution to Humanity Through High-Tech

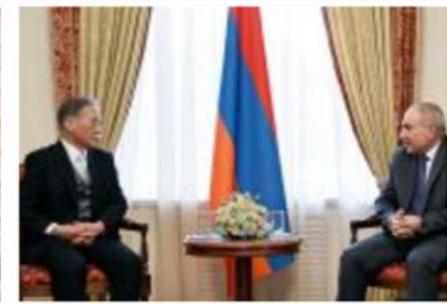


YEREVAN — The 15th award ceremony for the Republic of Armenia's State Award for Global Contribution to High Technologies took place today.

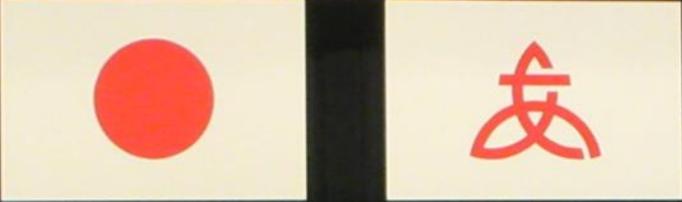
Prime Minister Nikol Pashinyan, President Vahagn Khachaturyan, representatives of the legislative and executive branches, and other guests attended the event.

PM Pashinyan presented the award to Japanese scientist Yoshiaki Damon Hagiwara—founder of the AIPLAB consortium and president of the LOCOMTEC AIPS Laboratory for Artificial Intelligence Partner Systems.

<https://globalitaward.am/en/news/-dr.-hagiwara-s-visit-to-armenia>



令和7年度
厚木市教育委員会表彰式



令和7年度（2025年）は厚木市の市制70周年記念の年です。



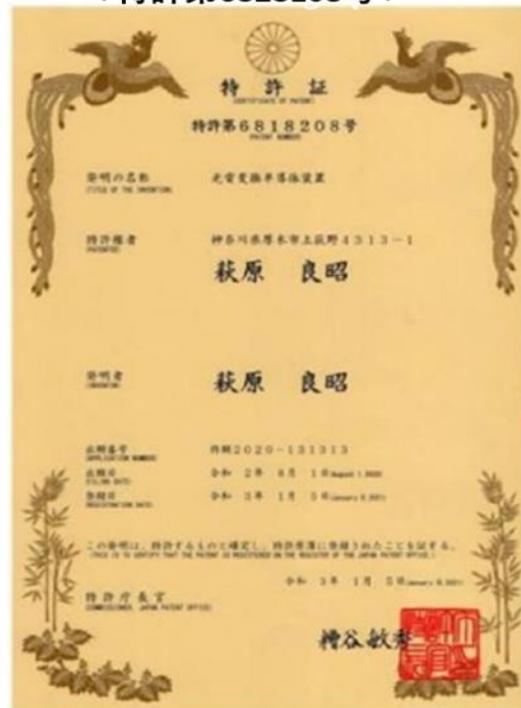
募金活動のご案内：責任者 萩原良昭 080-2062-5657

今では人類の財産となり、広くスマフォ等に使われている超光感度半導体受光素子は、SONY（萩原良昭）が1975年3月5日に発明し、1977年に開発し、東京で開催の学会 SSDM1977 で初めて学会発表したものです。今度は新型太陽電池に使う事に挑戦します。

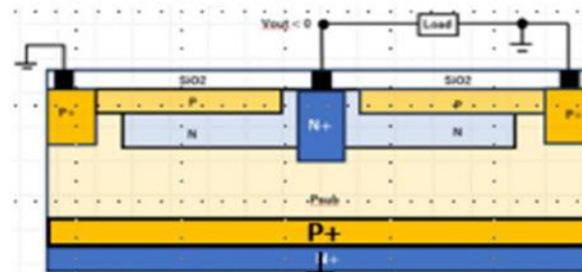
[Mathematics and Physics of Semiconductor Devices by Yoshiaki Hagiwara AIPS.pdf](#)

[How to make Multi Junction Solar Cell Yoshiaki Hagiwara.html](#)

1975年にSONY(萩原)が発明開発したイメージセンサー技術を基礎にしており、製造方法は非常に単純で安価に生産できます。
<特許第6828108号>

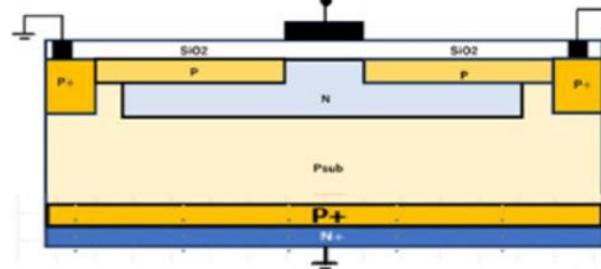


Pinned Photodiode type Solar Cell JPA2020-131313



Gate Oxide thickness $0.13 \mu\text{m}$
Surface P region $1 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$
Buried N region $4.26 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$
P substrate region $1 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$
Backside N+ region $1 \times 10^{20} \text{ cm}^{-2}$

Sony SSDM1977/1978 Photo Sensor Device



Gate Oxide thickness $0.13 \mu\text{m}$
Surface P region $2 \times 10^{13} \text{ cm}^{-2}$
Buried N region $1.7 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$
P substrate region $5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$
Backside N+ region $1 \times 10^{20} \text{ cm}^{-2}$

2020年8月1日出願 <特許出願番 第2020-131313号>

太陽光エネルギーはすべての国、人類みんなの財産です。

Help!! この新型ダブル接合型太陽電池の原理試作のために開発資金が必要です。

応援募金 の額はいくらからでも結構です。下記口座に入金をお願い申し上げます♡

三菱UFJ銀行 厚木支店 店番707 口座番号 0456308 名義者 萩原良昭 (ハギワラヨシアキ)

太陽光エネルギーは人類みんなの夢です。世界中の友達に応援をお願いします♡

CHRONOLOGY OF SILICON-BASED IMAGE SENSOR DEVELOPMENT

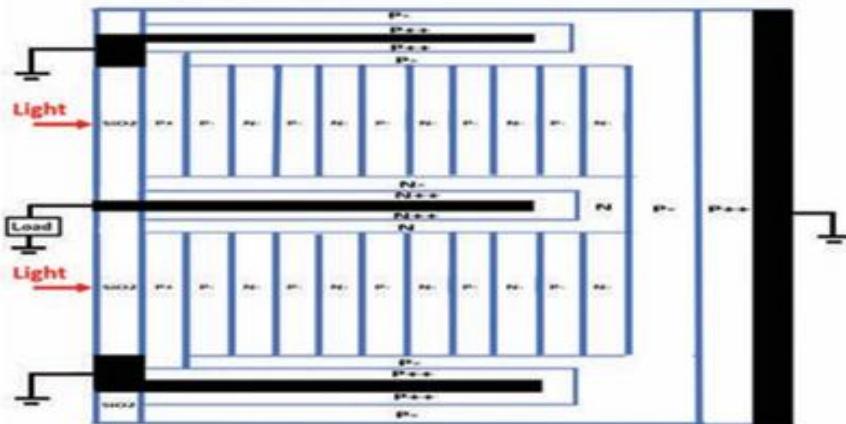
Yoshiaki Daimon Hagiwara, IEEE Life Fellow

Sojo University, Kumamoto-city, Japan

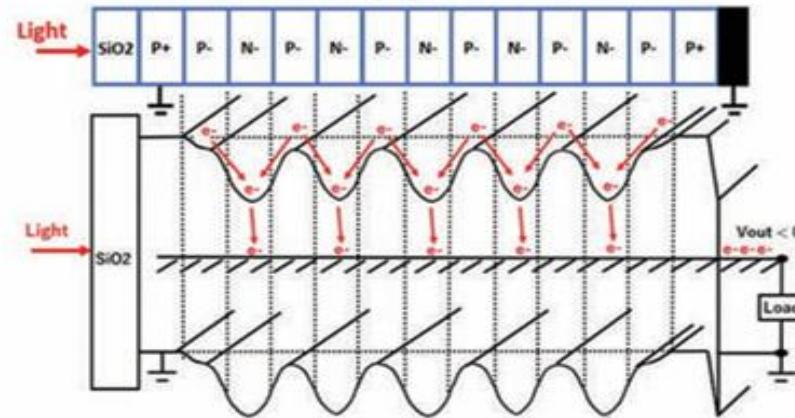
https://eds.ieee.org/images/files/newsletters/Newsletter_Jan23.pdf

See pp.22-31

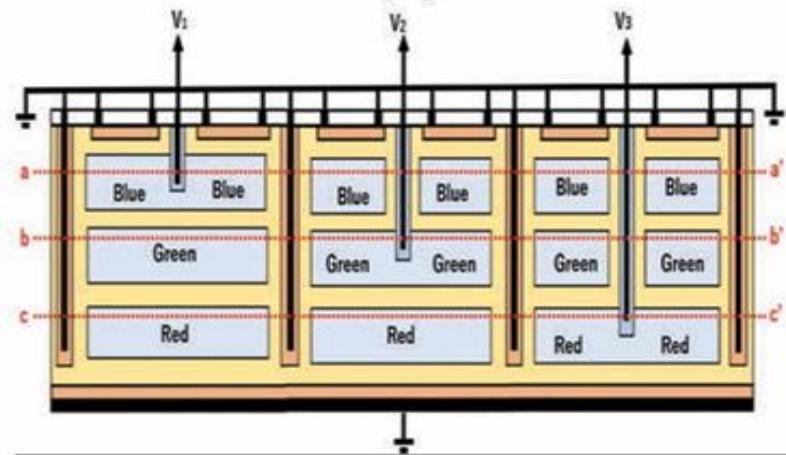
(a)



(b)



(c)



(d)

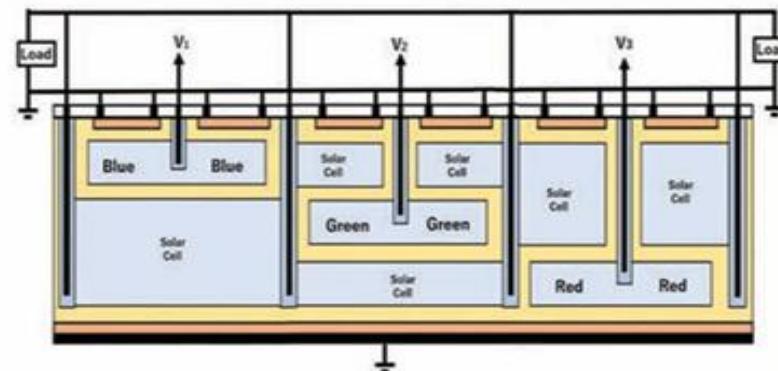


Figure 10. (a) The cross-sectional view and (b) the potential profile of a multi-junction pinned photodiode type solar cell; (c) a color-filter-less color image sensor; (d) a combination of a color-filter-less color image sensor and a solar cell

Sony Bipolar Transistor type Double Junction Solar Cell
for Future AI Robot Vision Chip Applications
Yoshiaki Daimon Hagiwara
Sojo University, Kumamoto-city Japana

2nd International Symposium on Integrated Circuit Design and Integrated Systems

September 26-28, 2025, Singapore



**"Sony Bipolar Transistor type Double Junction Solar Cell
for Future AI Robot Vision Chip Applications"**

**Yoshiaki Daimon Hagiwara,
Sojo University, Kumamoto-city, Japan**

[萩原aips研究所](#)

[ICDIS2025 Yoshiaki Daimon Hagiwara.pdf](#)

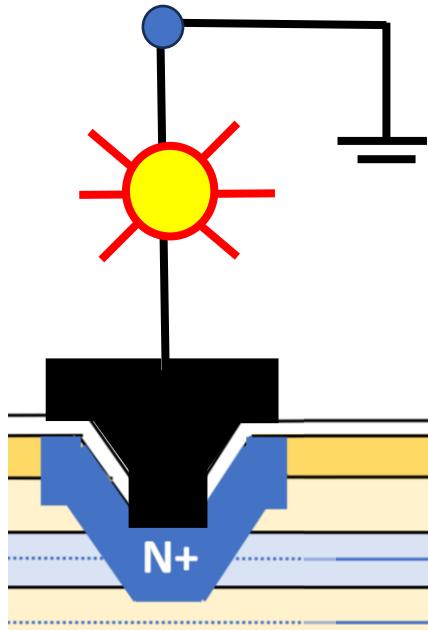
[ICDIS2025 Yoshiaki Daimon Hagiwara.mp4](#)

ABSTRACT

Key steps of development of silicon-based image sensors are reviews and explained chronologically. And different aspects of the image sensor chip design are discussed. Historical Sony Bipolar Transistor and Image Sensor Technology and Chip Design Efforts are explained in details, that gave a strong hint and motivation for the author's new challenge on the Sony P+PNPP+ Double Junction type Photodiode for Solar Cells.

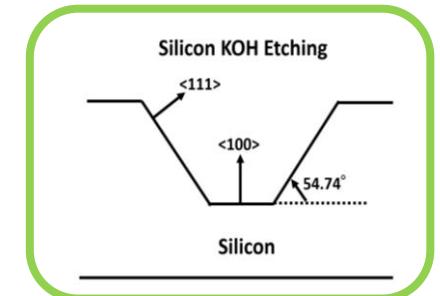
High Energy Ion 打ち込み工程の追加以外は、
従来の格安シングル接合型太陽電池と
製法は全く同一で生産できます。

- $V_{out} < 0$



```
+++++++
Vout=0.500000 RN=0.600000 としています。
+++++++
DP=100.00000 の場合：
VBP=0.324852
VMAX=EG-VBP-Vout=0.285148
DNS=430.800000
A=DNS/DP=4.308000
QN=DNS*RN*RPI=458.143678
VV=DNS*RN/RN/Esi=0.239333
XJ=RN*log(sqrt(A))=0.725100
WWD=2*WD=2*y*RN=4.581438
VM=-VV*W=0.285225
XJJ=WD+XJ=3.015820
+++++++
一番理想的なWAFERは、1 O O Ωm の高抵抗基板です。
その場合は、RN=0.6 μm, XJJ=3.015820 μmの深さで
リンのドーズ量 QN=4.58143678 x 10 の 10乗 per cm の2乗 です。
空乏層幅WWD=4.581438 μmとなりそれ相当の光電変換率が期待されます。
+++++++

```



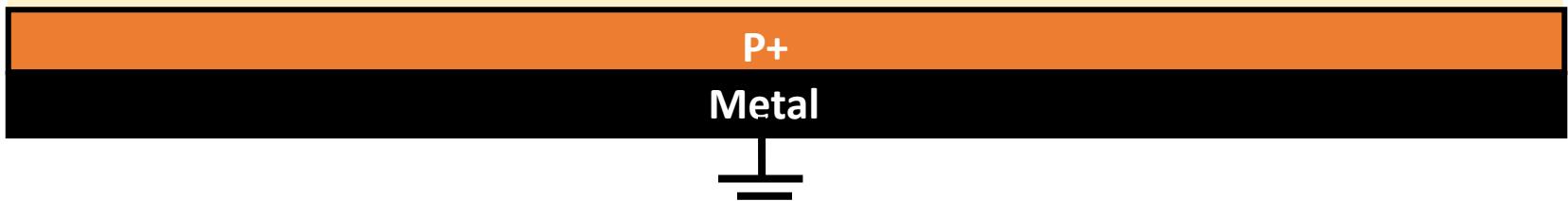
合同会社Locomtec/萩原aips研究所

<https://locomtec.jp/harl-1>



https://jglobal.jst.go.jp/detail?JGLOBAL_ID=202202279262400845

P- sub

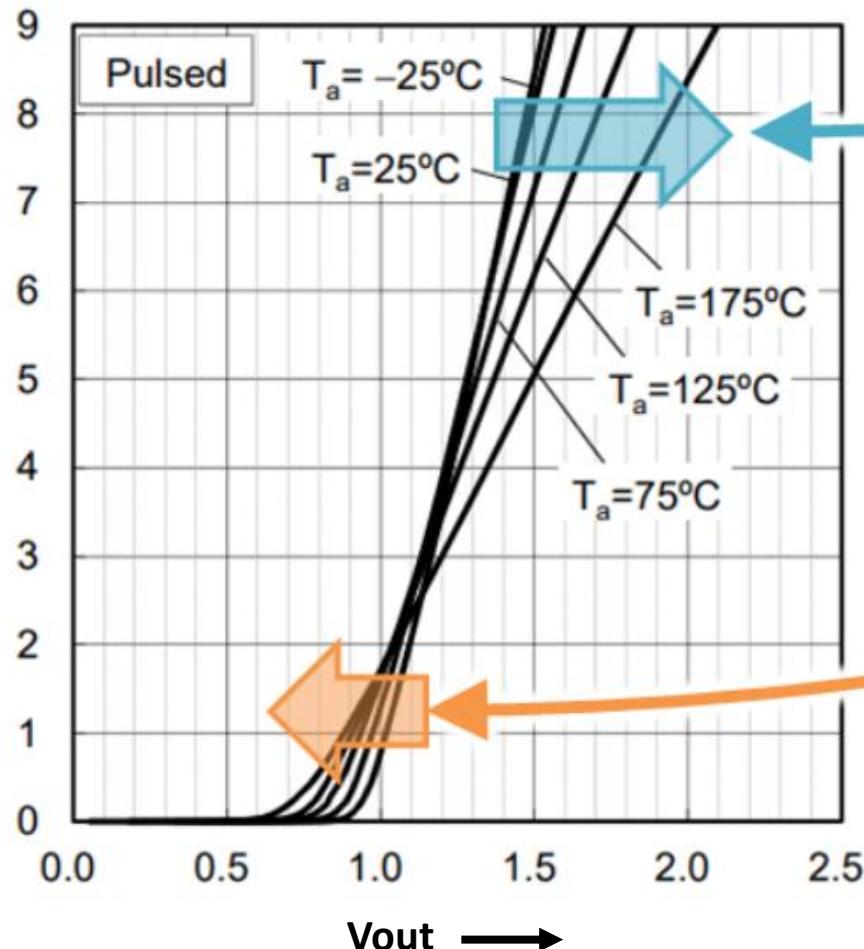


太陽電池の出力 $V_{out} < 0.5$ volt

順方向電流 I_F が大きい領域

温度が高くなるほど
順方向電圧 V_F が大きくなる

Fig.2 $V_F - I_F$ Characteristics



順方向電流 I_F が小さい領域

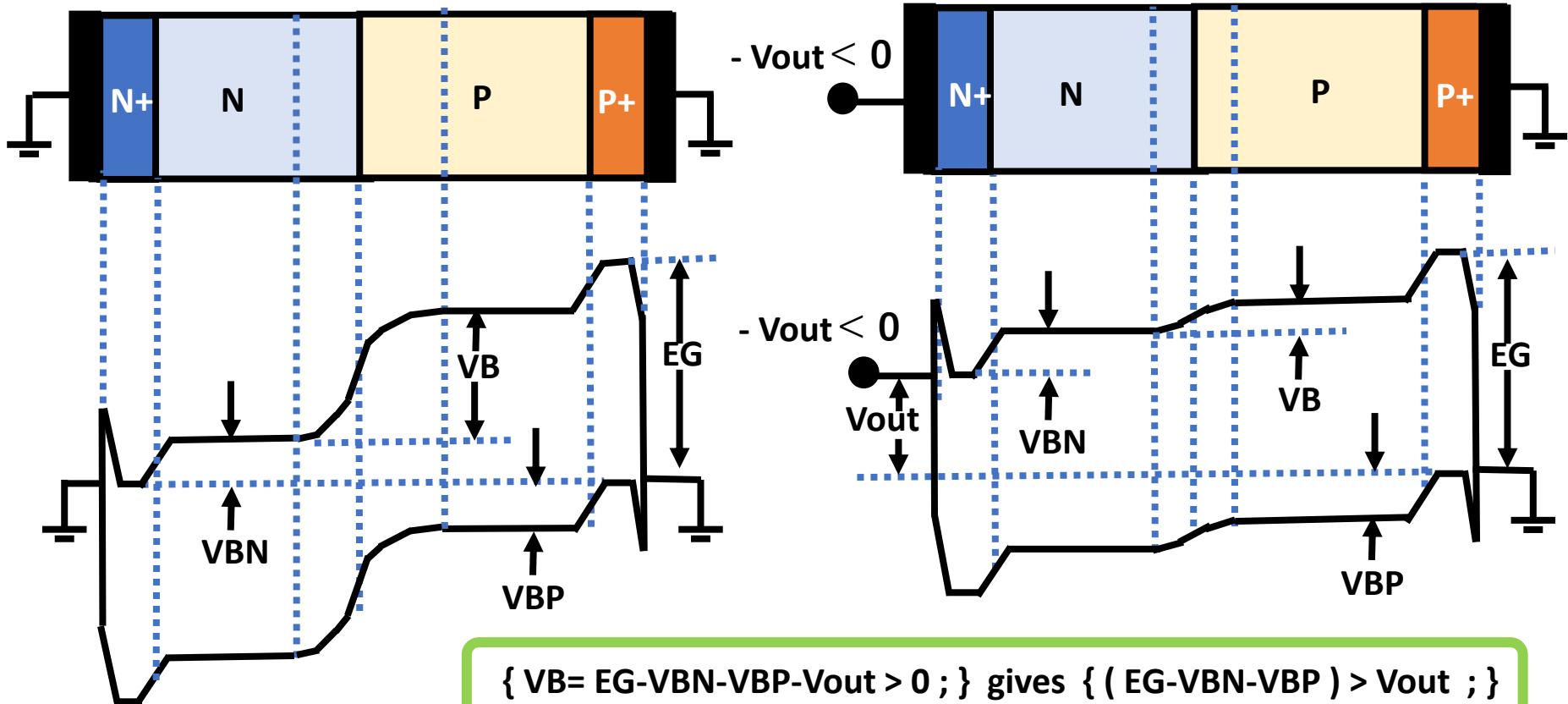
温度が高くなるほど
順方向電圧 V_F が小さくなる

なぜ順方向で $V_{out} = 0.5$ volt 迄
順方向電流が流れないのであるか？

太陽電池の出力

$V_{out} < 0.5 \text{ volt}$

$$EG = 1.11 \text{ volt} ; V_{BN} = (kT) \ln(D_{NN}/D_N) ; V_{BP} = (kT) \ln(D_{PP}/D_P) ;$$



$$\{ V_B = EG - V_{BN} - V_{BP} - V_{out} > 0 ; \} \text{ gives } \{ (EG - V_{BN} - V_{BP}) > V_{out} ; \}$$

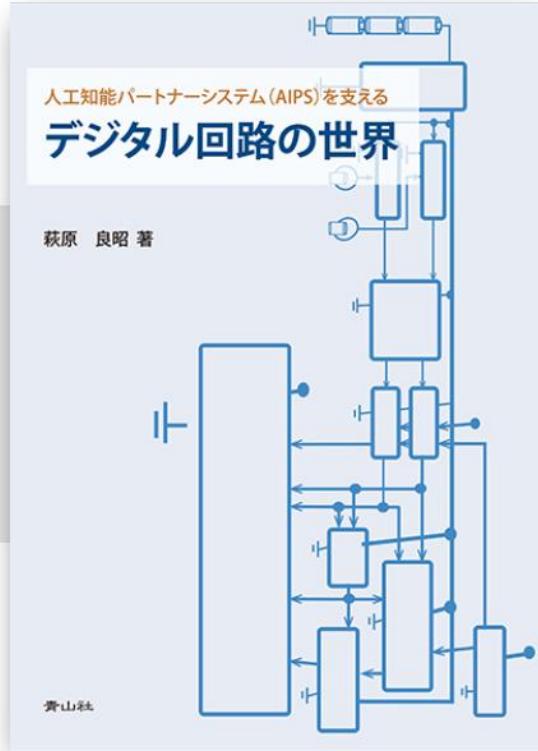
$V_{out} = 0 ;$
 $EG = V_B + V_{BN} + V_{BP} ;$

$$(EG - V_{BN} - V_{BP}) \sim 0.5 \text{ volt} ;$$

なぜ順方向で $V_{out} = 0.5 \text{ volt}$ 迄
 順方向電流が流れないのであるのか？

<https://www.seizansha.co.jp/ISBN/ISBN978-4-88359-339-2.html>

学術図書出版
青山社
萩原良昭 著



Yoshiaki Daimon Hagiwara, Ph.D.
IEEE Life Fellow,
AAIA Fellow,
Caltech Distinguished Alumni

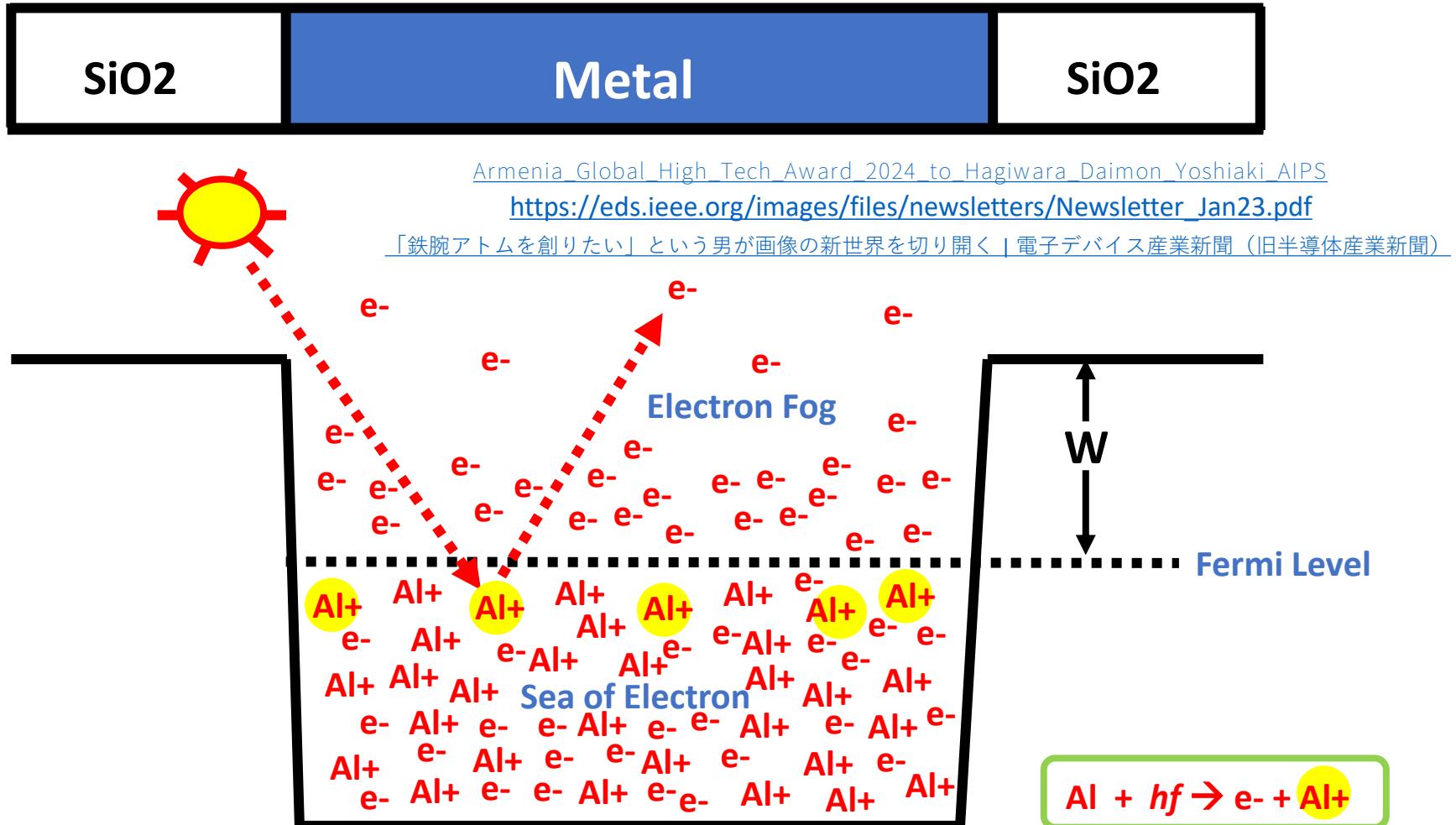
仕様:B5判上製 | 475ページ | ISBN978-4-88359-339-2 | 発行日:2016/03/01
人工知能パートナーシステム (AIPS) を支える
デジタル回路の世界

Armenia Global High-Tech Award 2024 Laureate
Yoshiaki Daimon Hagiwara, Ph.D.
<https://www.globalitaward.am/en/laureates/yoshiaki-daimon-hagiwara>

Concept of Electron Fog

<http://www.aiplab.com>

<https://locomtec.jp/harl-1>

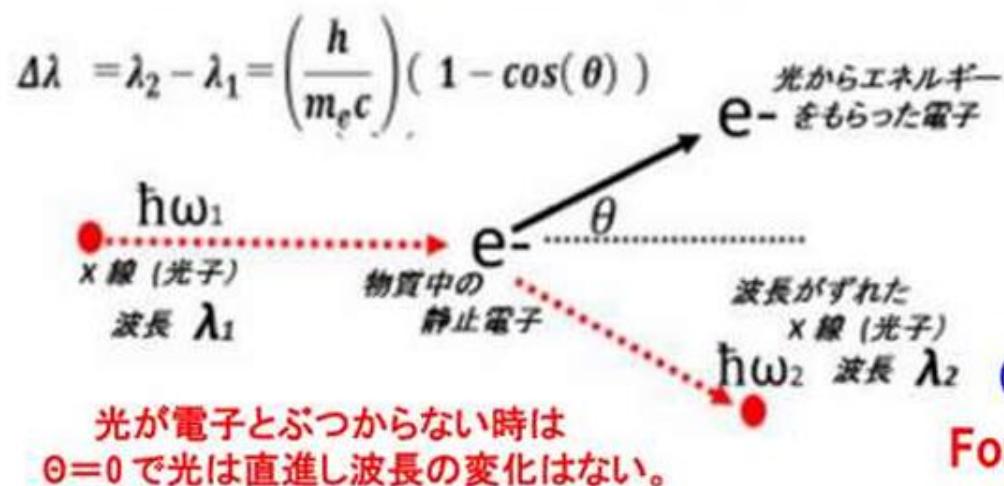


[The Truth Shall Make You Free Yoshiaki Daimon Hagiwara in Caltech Pasadena California USA.pdf](The_Truth_Shall_Make_You_Free_Yoshiaki_Daimon_Hagiwara_in_Caltech_Pasadena_California_USA.pdf)

●光は波でもあり、また粒子(光子)でもある (Albert Einstein 1900)

●玉突きと同じ古典物理モデルで記述できる。

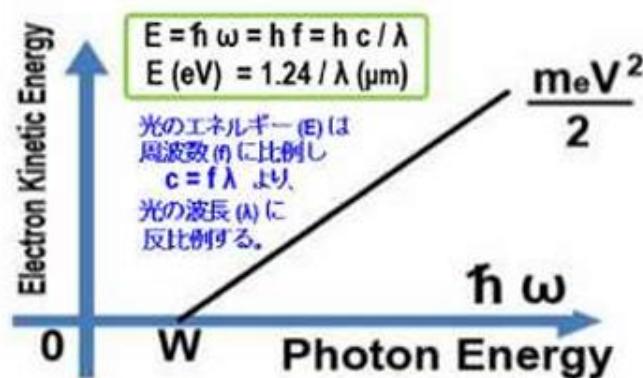
●反射光の角度と波長の関係から電子の質量が求まる！



光の速度 $C = 2.99792458 \times 10^{10} \text{ cm/sec}$

Plank 定数 $h = 6.62606957 \times 10^{-34} \text{ Joule} \cdot \text{sec}$

電子の質量 $m_e = 9.10938291 \times 10^{-31} \text{ kg}$



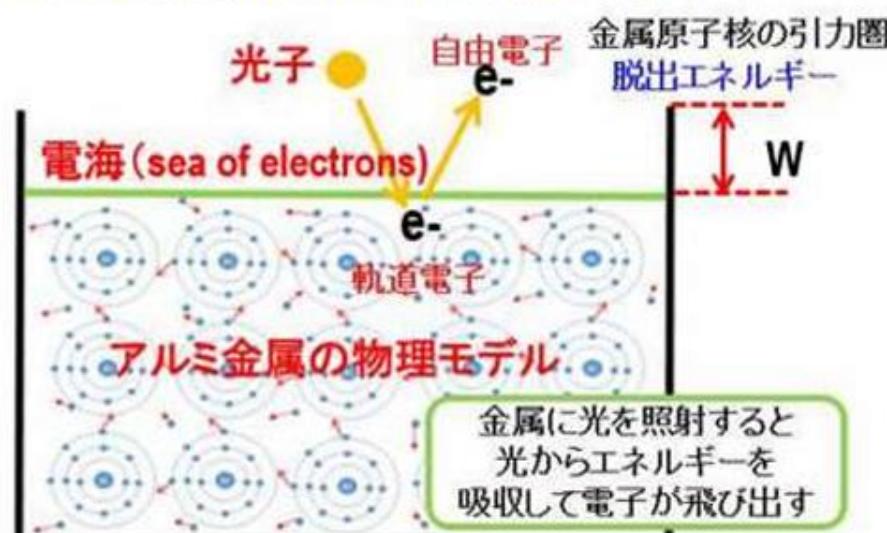
Work Function (W)の値から金属の種類が判明する。



(脱出エネルギー) = 半導体のEnergy Gap

For Silicon, $E_G = 1.10 \text{ eV}$ and $\lambda = 1.12 \mu\text{m}$

●金属の物理モデル(器の中に入った水モデル)



A 380H × 488V CCD Imager with Narrow Channel Transfer Gates

Yoshiaki Daimon-HAGIWARA, Motoaki ABE[†] and Chikao OKADA[†]

Longer Wave Length Light (0.5~0.7μm) has almost 100% QM ($\eta=1$) in Silicon.

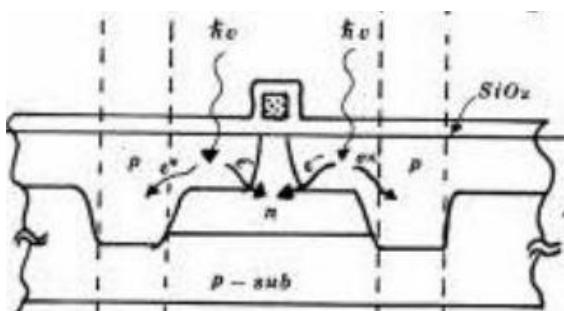


Fig. 2. cross sectional views of the electrode

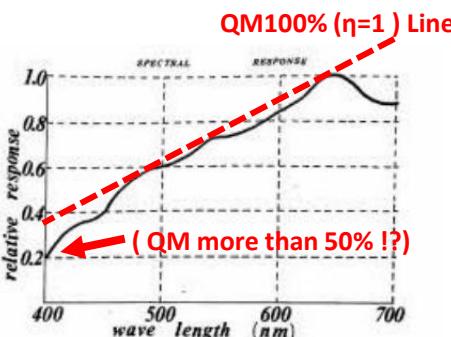


Fig. 13. Spectral Response of the photosensors.

This is the first original PNP Pinned Photodiode developed in 1978 with the excellent short-wave blue light sensitivity.

Hagiwara at Sony invented and formed the adjacent $P+$ channel stops to pin the P surface, using high-energy ion-implantation.

This PNP double junction Pinned Photodiode structure can be used for a solar cell with a very high quantum efficiency.

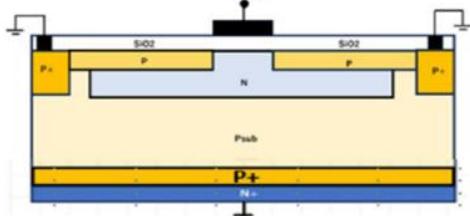
The plantation mask, boron ions with the dose level of $2 \times 10^{13} \text{ cm}^{-2}$ are implanted into the silicon substrate throughout the exposed portions of the thermally grown oxide. This step provides self-aligned channel stops which surround the narrow-channel transfer part of each electrode. The gate oxide thickness is 130 nm throughout the device.

The transfer efficiency of the vertical and horizontal shift registers are more than 99.995% per transfer. And high image resolution of 280 TV lines/p.h. (Horizontal) and 350 TV lines/p.h. (Vertical) have been obtained.

The typical dark current level is less than 3% of the maximum signal level at the room temperature of 20°C. The spectral response of the imager shows that this inherently SiO_2 exposed structure has high enough quantum efficiency at 450 nm wavelength and functions as a color imager with high sensitivity.

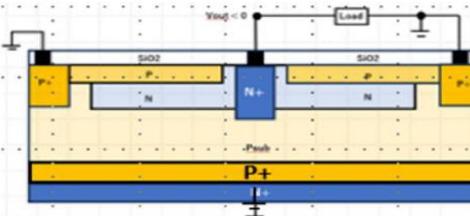
The typical dark current level is less than 5 nA/cm². For the particular device reported in this paper, the ion implantation dose of the buried channel is taken to be $1.7 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$.

Sony SSDM1977/1978 Photo Sensor Device



Gate Oxide thickness 0.13 μm
 Surface P region $2 \times 10^{13} \text{ cm}^{-2}$
 Buried N region $1.7 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$
 P substrate region $5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$
 Backside N+ region $1 \times 10^{20} \text{ cm}^{-2}$

Pinned Photodiode type Solar Cell JPA2020-131313



Gate Oxide thickness 0.13 μm
 Surface P region $1 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$
 Buried N region $4.26 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$
 P substrate region $1 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$
 Backside N+ region $1 \times 10^{20} \text{ cm}^{-2}$

半導体を支える基礎数学 1.01 つるかめ算を解く方法

例題 1：つるとかめが合計 100 匹います。
足の数は合計で 300 本でした。
つるとかめはそれぞれ何匹ですか？

全部つるなら 200 本のはずです。

$$300 - 200 = 100 \text{ はかめの足です。}$$

かめは 50 匹です。つるも 50 匹です。

半導体を支える基礎数学 1.01 つるかめ算を解く方法

例題 2：つるとかめが合計 185 匹います。

足の数は合計で 640 本でした。

つるとかめはそれぞれ何匹ですか？

全部つるなら 370 本のはずです。

$$640 - 370 = 270 \text{ はかめの足です。}$$

かめは 135 匹です。つるは 50 匹です。

半導体を支える基礎数学 1.01 つるかめ算を解く方法

例題3：つるとかめが合計X匹います。
足の数は合計でY本でした。
つるとかめはそれぞれ何匹ですか？

半導体を支える基礎数学 1.01 つるかめ算を解く方法

例題 3：つるとかめが合計 X 匹います。
足の数は合計で Y 本でした。
つるとかめはそれぞれ何匹ですか？

全部がつるなら足の数は $(2X)$ 本のはずです。

半導体を支える基礎数学 1.01 つるかめ算を解く方法

例題3：つるとかめが合計X匹います。

足の数は合計でY本でした。

つるとかめはそれぞれ何匹ですか？

全部がつるなら足の数は（2X）本のはずです。

$K = (Y - 2X) / 2$ は かめの足です。

半導体を支える基礎数学 1.01 つるかめ算を解く方法

例題 3：つるとかめが合計 X 匹います。
足の数は合計で Y 本でした。
つるとかめはそれぞれ何匹ですか？

全部がつるなら足の数は $(2X)$ 本のはずです。

$$K = (Y - 2X) / 2 \text{ は かめの足です。}$$
$$K = (Y / 2 - X) \text{ は かめの数です。}$$

半導体を支える基礎数学 1.01 つるかめ算を解く方法

例題 3：つるとかめが合計 X 匹います。
足の数は合計で Y 本でした。
つるとかめはそれぞれ何匹ですか？

全部がつるなら足の数は $(2X)$ 本のはずです。

$K = (Y - 2X) / 2$ は かめの足です。

$K = (Y / 2 - X)$ は かめの数です。

つるの数は、 $T = X - K$ です。

半導体を支える基礎数学 1.01 つるかめ算を解く方法

例題 3：つるとかめが合計 X 匹います。

足の数は合計で Y 本でした。

つるとかめはそれぞれ何匹ですか？

全部がつるなら足の数は (2 X) 本のはずです。

$K = (Y - 2X) / 2$ は かめの足です。

$K = (Y / 2 - X)$ は かめの数です。

つるの数は、 $T = X - K$ です。

$T = X - (Y - 2X) / 2 ;$

半導体を支える基礎数学 1.01 つるかめ算を解く方法

例題 3：つるとかめが合計 X 匹います。

足の数は合計で Y 本でした。

つるとかめはそれぞれ何匹ですか？

全部がつるなら足の数は (2 X) 本のはずです。

$K = (Y - 2X) / 2$ は かめの足です。

$K = (Y / 2 - X)$ は かめの数です。

つるの数は、 $T = X - K$ です。

$T = X - (Y - 2X) / 2 ;$

$T = 2X - Y / 2$ です。

半導体を支える基礎数学 1.01 つるかめ算を解く方法

例題3：つるとかめが合計X匹います。

足の数は合計でY本でした。

つるとかめはそれぞれ何匹ですか？

$$\begin{array}{rcl} K + T & = & X \\ 4K + 2T & = & Y \end{array}$$

かめは、 $K = (Y/2 - X)$ 匹います。

つるは、 $T = (2X - Y/2)$ 匹います。

全部がつるなら足の数は $(2X)$ 本のはずです。

$K = (Y - 2X) / 2$ は かめの足です。

$K = (Y/2 - X)$ は かめの数です。

つるの数は、 $T = X - K$ です。

$T = X - (Y - 2X) / 2 ;$

$T = 2X - Y/2$ です。

半導体を支える基礎数学 1.01 つるかめ算を解く方法

数の集合体（BOX）も数として扱うことができる。

例題3：つるとかめが合計X匹います。

足の数は合計でY本でした。

つるとかめはそれぞれ何匹ですか？

$$\begin{matrix} K & + & T \\ 4K & + & 2T \end{matrix} = \begin{matrix} X \\ Y \end{matrix}$$

かめは、 $K = (Y/2 - X)$ 匹います。

つるは、 $T = (2X - Y/2)$ 匹います。

行列式の演算

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix};$$

$$(A_{ij})(Y_j) = (X_i);$$

半導体を支える基礎数学 1.01 つるかめ算を解く方法

数の集合体（BOX）も数として扱うことができる。

例題3：つるとかめが合計X匹います。

足の数は合計でY本でした。

つるとかめはそれぞれ何匹ですか？

$$\begin{matrix} K \\ 4K \end{matrix} + \begin{matrix} T \\ 2T \end{matrix} = \begin{matrix} X \\ Y \end{matrix}$$

かめは、 $K = (Y/2 - X)$ 匹います。

つるは、 $T = (2X - Y/2)$ 匹います。

行列式の演算

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1/2 \\ 2 & -1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K \\ T \end{bmatrix};$$

$$(A_{ij})(Y_j) = (X_i);$$

$$(B_{ij})(X_j) = (Y_i);$$

半導体を支える基礎数学 1.01 つるかめ算を解く方法

数の集合体（BOX）も数として扱うことができる。

例題3：つるとかめが合計X匹います。

足の数は合計でY本でした。

つるとかめはそれぞれ何匹ですか？

$$\begin{array}{l} K + T = X \\ 4K + 2T = Y \end{array}$$

かめは、 $K = (Y/2 - X)$ 匹います。

つるは、 $T = (2X - Y/2)$ 匹います。

行列式の演算

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} ;$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1/2 \\ 2 & -1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K \\ T \end{bmatrix} ;$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = (A_{ij}) ;$$

$$(A_{ij})(Y_j) = (X_i) ; \quad (B_{ij})(X_j) = (Y_i) ;$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1/2 \\ 2 & -1/2 \end{bmatrix} = (B_{ij}) ;$$

$$(A_{ij})(B_{ij}) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1/2 \\ 2 & -1/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = (1_{ij}) ;$$

$$(A_{ij})(B_{ij}) = (1_{ij}) ;$$

半導体を支える基礎数学 1.02 Vector と Matrix 行列の演算

数の集合体 (BOX) も数として扱うことができる。

$$(A_{ij})(Y_j) = (X_i);$$

$$(B_{ij})(A_{ij}) = (A_{ij})(B_{ij}) = (1_{ij});$$

$$\begin{aligned} aX + bY &= e; \quad (A_{ij}) = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}; \quad (X_i) = \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}; \quad (Y_i) = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}; \\ cX + dY &= f; \end{aligned}$$

$$D = \det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = a \times d - b \times c; \quad (1_{ij}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$(B_{ij}) = \begin{bmatrix} d/D & -b/D \\ -c/D & a/D \end{bmatrix}; \quad (A_{ij})(B_{ij}) = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d/D & -b/D \\ -c/D & a/D \end{bmatrix} = (1_{ij});$$

半導体を支える基礎数学 1.02 Vector と Matrix 行列の演算

数の集合体 (BOX) も数として扱うことができる。

$$(A_{ij})(Y_j) = (X_i);$$

$$(B_{ij})(A_{ij}) = (A_{ij})(B_{ij}) = (1_{ij});$$

$$\begin{aligned} aX + bY &= e; \quad (A_{ij}) = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}; \quad (X_i) = \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}; \quad (Y_i) = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}; \\ cX + dY &= f; \end{aligned}$$

$$D = \det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = a \times d - b \times c; \quad (1_{ij}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$(B_{ij}) = \begin{bmatrix} d/D & -b/D \\ -c/D & a/D \end{bmatrix}; \quad (B_{ij})(A_{ij}) = \begin{bmatrix} d/D & -b/D \\ -c/D & a/D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = (1_{ij});$$

半導体を支える基礎数学 1.02 Vector と Matrix 行列の演算

数の集合体（BOX）も数として扱うことができる。

$$(A_{ij})(Y_j) = (X_i);$$

$$(B_{ij})(A_{ij}) = (A_{ij})(B_{ij}) = (1_{ij});$$

$$\begin{aligned} aX + bY &= e; \quad (A_{ij}) = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}; \quad (X_i) = \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}; \quad (Y_i) = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}; \\ cX + dY &= f; \end{aligned}$$

$$D = \det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = a \times d - b \times c; \quad (1_{ij}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$(B_{ij}) = \begin{bmatrix} d/D & -b/D \\ -c/D & a/D \end{bmatrix};$$

$$(A_{ij})(B_{ij}) = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d/D & -b/D \\ -c/D & a/D \end{bmatrix} = (1_{ij});$$

$$(B_{ij})(A_{ij}) = \begin{bmatrix} d/D & -b/D \\ -c/D & a/D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = (1_{ij});$$

半導体を支える基礎数学 1.02 Vector と Matrix 行列の演算

数の集合体（BOX）も数として扱うことができる。

$$(A_{ij})(Y_j) = (X_i);$$

$$(B_{ij})(A_{ij}) = (A_{ij})(B_{ij}) = (1_{ij});$$

$$(U_{ij})(U_{ij}) = (1_{ij});$$

$$(U_{ij}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ or } \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ or } \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ or } \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix};$$

$$D = \det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = a \times d - b \times c; \quad (1_{ij}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$(B_{ij}) = \begin{bmatrix} d/D & -b/D \\ -c/D & a/D \end{bmatrix};$$

$$(A_{ij})(B_{ij}) = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d/D & -b/D \\ -c/D & a/D \end{bmatrix} = (1_{ij});$$

$$(B_{ij})(A_{ij}) = \begin{bmatrix} d/D & -b/D \\ -c/D & a/D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = (1_{ij});$$

半導体を支える基礎数学 1.02 Vector と Matrix 行列の演算

数の集合体 (BOX) も数として扱うことができる。

$$(A_{ij})(Y_j) = (X_i);$$

$$(B_{ij})(A_{ij}) = (A_{ij})(B_{ij}) = (1_{ij});$$

$$(U_{ij})(U_{ij}) = (1_{ij});$$

$$(U_{ij}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ or } \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ or } \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ or } \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix};$$

$$(U_{ij}) = (1_{ij}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{or} \quad (U_{ij}) = - (1_{ij}) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix};$$

$$(U_{ij}) = (\overset{\circ}{1}_{ij}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{or} \quad (U_{ij}) = - (\overset{\circ}{1}_{ij}) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$$

半導体を支える基礎数学 1.02 Vector と Matrix 行列の演算

数の集合体（BOX）も数として扱うことができる。

$$(A_{ij})(Y_j) = (X_i);$$

$$(B_{ij})(A_{ij}) = (A_{ij})(B_{ij}) = (1_{ij});$$

$$(U_{ij})(U_{ij}) = (1_{ij});$$

$$(U_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ or } \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ or } \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ or } \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$$

$$(U_{ij}) = \begin{pmatrix} a & b \\ (1 - aa)/b & -a \end{pmatrix}; \det(U_{ij}) = 1;$$

$$(U_{ij})(U_{ij}) = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} aa+bc & ab+bd \\ ca+dc & cb+dd \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = (1_{ij});$$

$$\begin{aligned} aa+bc &= 1; \\ (a+d)b &= 0; \\ (a+d)c &= 0; \\ cb+dd &= 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{If } b &= 0, a = 1 \text{ or } -1; \\ \text{If } c &= 0, d = 1 \text{ or } -1; \end{aligned}$$

If $(a+d) = 0$, $d = -a$ and $aa+bc=dd+bc=1$;
 If b is not 0, $c = (1 - aa)/b$;

$$(U_{ij}) = \begin{pmatrix} a & b \\ (1 - aa)/b & -a \end{pmatrix};$$

半導体を支える基礎数学 1.02 Vector と Matrix 行列の演算

数の集合体 (BOX) も数として扱うことができる。

複素数 $(a + bi)$ は

$$\begin{matrix} a & b \\ -b & a \end{matrix}$$

に対応する。

$$i^2 = -1;$$

If $a=d=0, cb=-1$;
And if b is not 0,
 $c = -1/b$;

$$(W_{ij})(W_{ij}) = -(1_{ij});$$

$$(W_{ij}) = \begin{matrix} 0 & b \\ -1/b & 0 \end{matrix};$$

虚数 (i) は

$$i = \begin{matrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{matrix}$$

に対応する。

$$(W_{ij}) = \begin{matrix} a & b \\ -(1+aa)/b & -a \end{matrix}; \det(W_{ij}) = -1;$$

$$(W_{ij})(W_{ij}) =$$

$$\begin{matrix} a & b \\ c & d \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} a & b \\ c & d \end{matrix}$$

$$= \begin{matrix} aa+bc & ab+bd \\ ca+dc & cb+dd \end{matrix}$$

$$= \begin{matrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{matrix}$$

$$= -(1_{ij});$$

$$aa+bc = -1;$$

a と d は実数！

$$(a+d)b = 0;$$

$$\text{If } b = 0, aa = -1;$$

$$(a+d)c = 0;$$

$$\text{If } c = 0, dd = -1;$$

$$cb+dd = -1;$$

Hence $a + d = 0$;

$$d = -a \text{ and } aa+bc = dd+bc = -1;$$

If b is not 0, $c = -(1+aa)/b$;

$$(W_{ij}) = \begin{matrix} a & b \\ -(1+aa)/b & -a \end{matrix};$$

半導体を支える基礎数学

1.03 $x = 2$ の値(無限小数)を求めてみよう!

半導体を支える基礎数学

1.03 $x^2 = 2$ の値(無限小数)を求めてみよう!

$$x=1 \text{ なら } x^2 = 1 ;$$

$$x=2 \text{ なら } x^2 = 4 ;$$

半導体を支える基礎数学

1.03 $x^2 = 2$ の値(無限小数)を求めてみよう!

$$x=1 \text{ なら } x^2 = 1 ;$$

$$x=2 \text{ なら } x^2 = 4 ;$$

$$x=1.5 \text{ なら } x^2 = 2.25 ;$$

$$x=1.4 \text{ なら } x^2 = 1.96 ;$$

半導体を支える基礎数学

1.03 $x^2 = 2$ の値(無限小数)を求めてみよう!

$$x=1 \text{ なら } x^2 = 1 ;$$

$$x=2 \text{ なら } x^2 = 4 ;$$

$$x=1.5 \text{ なら } x^2 = 2.25 ;$$

$$x=1.4 \text{ なら } x^2 = 1.96 ;$$

$$x=1.41 \text{ なら } x^2 = 1.9881 ;$$

$$x=1.42 \text{ なら } x^2 = 2.0164 ;$$

半導体を支える基礎数学

1.03 $x^2 = 2$ の値(無限小数)を求めてみよう!

$$x=1 \text{ なら } x^2 = 1 ;$$

$$x=2 \text{ なら } x^2 = 4 ;$$

$$x=1.5 \text{ なら } x^2 = 2.25 ;$$

$$x=1.4 \text{ なら } x^2 = 1.96 ;$$

$$x=1.41 \text{ なら } x^2 = 1.9881 ;$$

$$x=1.42 \text{ なら } x^2 = 2.0164 ;$$

$$x = 1.41421356 \text{ なら}$$

$$x^2 = 1.99999993287874 ;$$

半導体を支える基礎数学

1.03 $x^2 = 2$ の値(無限小数)を求めてみよう!

$$x=1 \text{ なら } x^2 = 1 ;$$

$$x=2 \text{ なら } x^2 = 4 ;$$

$$x=1.5 \text{ なら } x^2 = 2.25 ;$$

$$x=1.4 \text{ なら } x^2 = 1.96 ;$$

$$x=1.41 \text{ なら } x^2 = 1.9881 ;$$

$$x=1.42 \text{ なら } x^2 = 2.0164 ;$$

$$x = 1.41421356 \text{ なら}$$

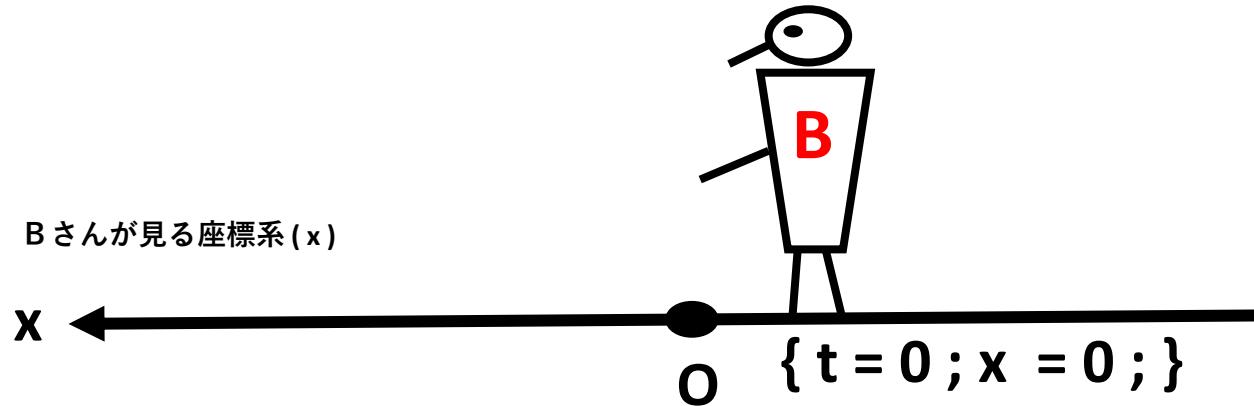
$$x^2 = 1.999999993287874 ;$$

● $x^2 = y = 2$ の時、 x の値を「ルート 2」と呼びます。 $x = \sqrt{2}$ と書きます。

$\sqrt{2} = 1.41421356 \dots$ は「一夜一夜に人見頃」と覚えます。

半導体を支える基礎数学

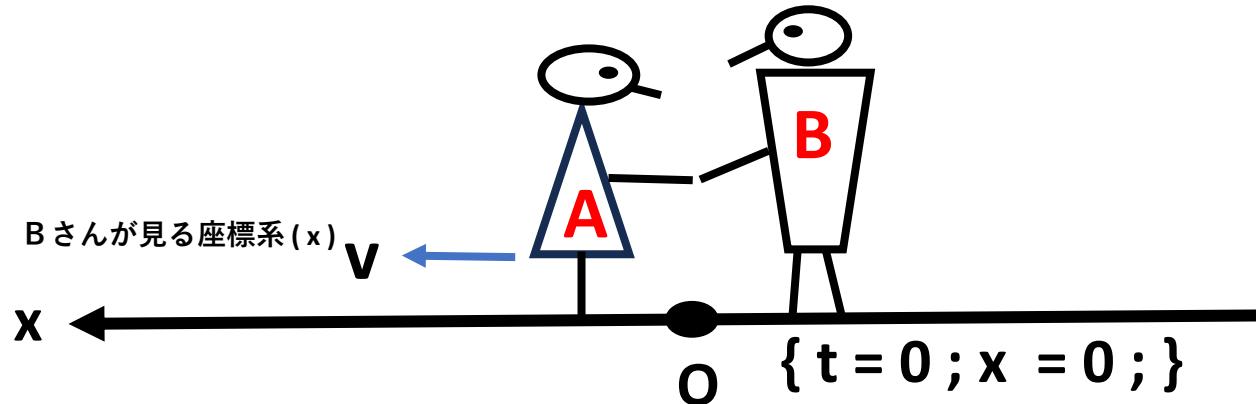
1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！



座標系(x)の原点にじっと
観察者(B)さんがいます。

半導体を支える基礎数学

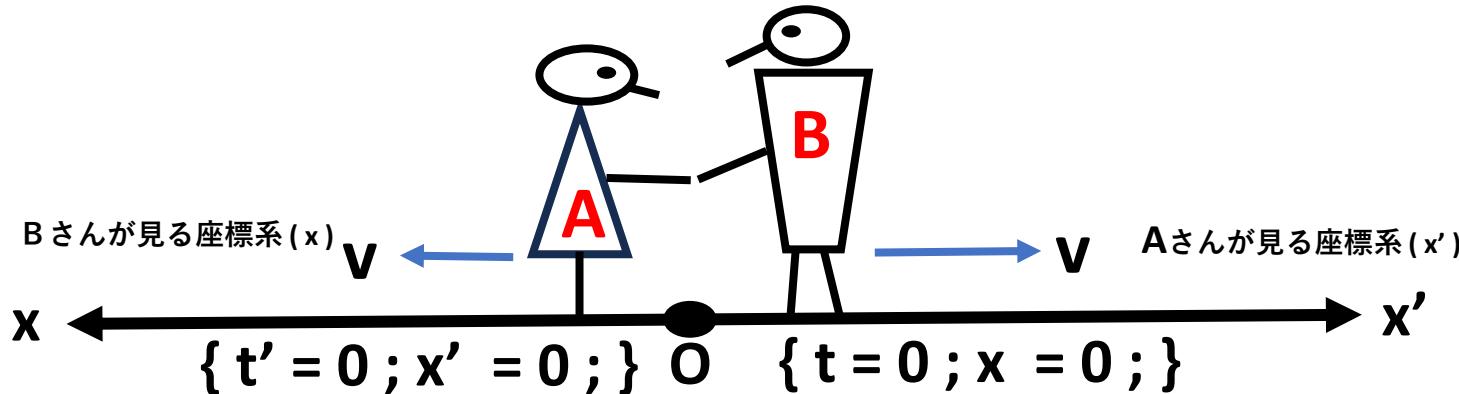
1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！



座標系(x)の原点にいる
観察者(B)さんから見ると、
女性(A)は x 軸のプラスの
方向に遠ざかって見える。

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！

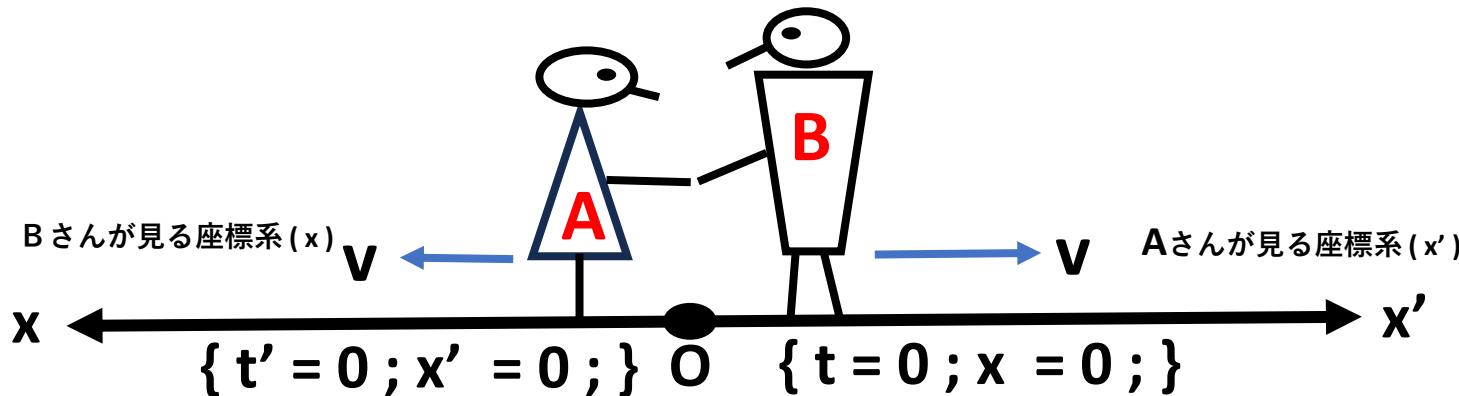


座標系(x')の原点にいる
観察者(A)さんから見ると、
男性(B)は x' 軸のプラスの
方向に遠ざかって見える。

座標系(x)の原点にいる
観察者(B)さんから見ると、
女性(A)は x 軸のプラスの
方向に遠ざかって見える。

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！



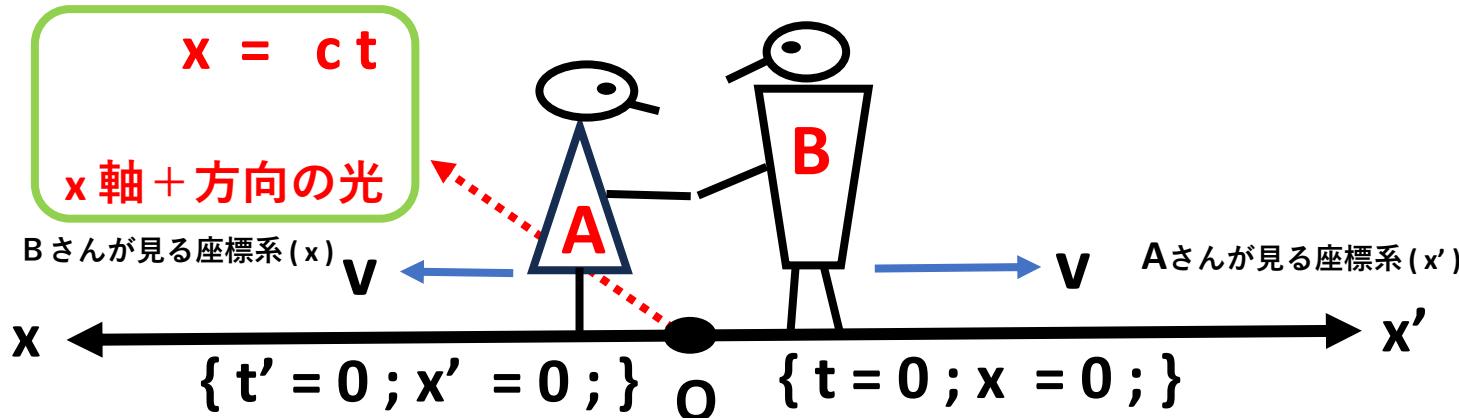
両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。

座標系(x')の原点にいる
観察者(A)さんから見ると、
男性 (B)は x' 軸のプラスの
方向に遠ざかって見える。

座標系(x)の原点にいる
観察者(B)さんから見ると、
女性 (A)は x 軸のプラスの
方向に遠ざかって見える。

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！



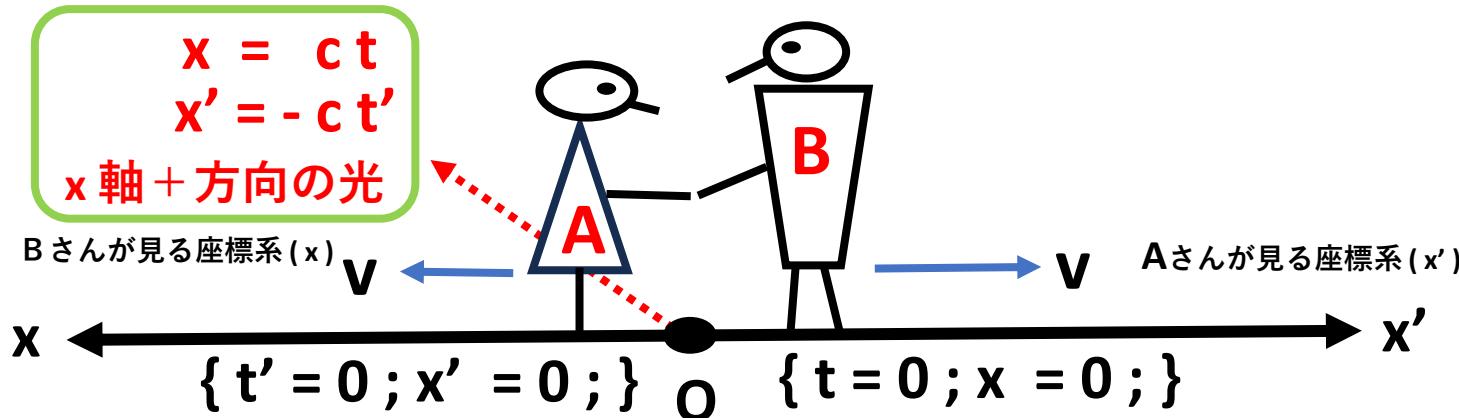
両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。

座標系(x')の原点にいる
観察者(A)さんから見ると、
男性 (B)は x' 軸のプラスの
方向に遠ざかって見える。

座標系(x)の原点にいる
観察者(B)さんから見ると、
女性 (A)は x 軸のプラスの
方向に遠ざかって見える。

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！



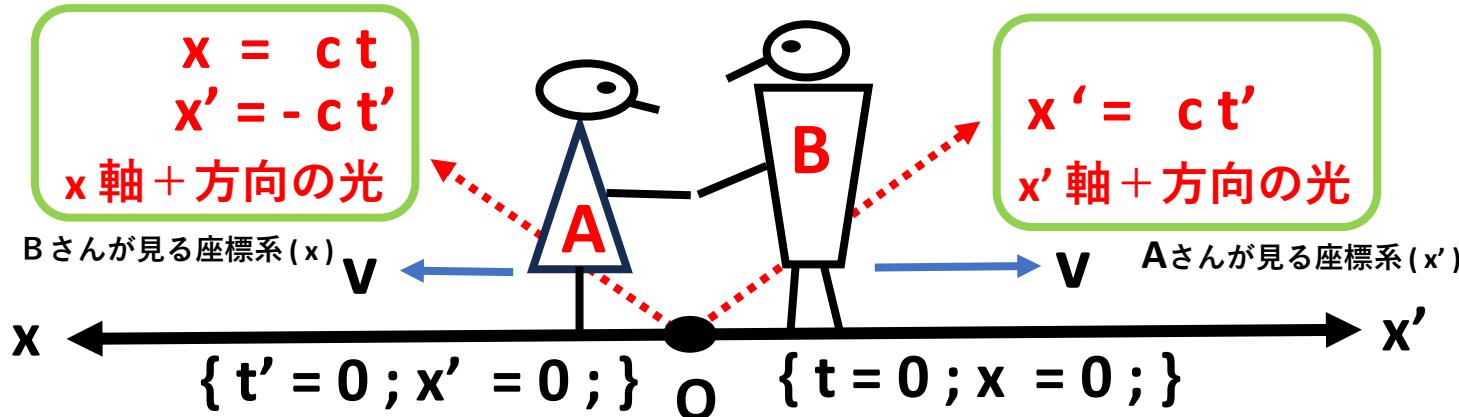
両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。

座標系(x')の原点にいる
観察者(A)さんから見ると、
男性(B)は x' 軸のプラスの
方向に遠ざかって見える。

座標系(x)の原点にいる
観察者(B)さんから見ると、
女性(A)は x 軸のプラスの
方向に遠ざかって見える。

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！



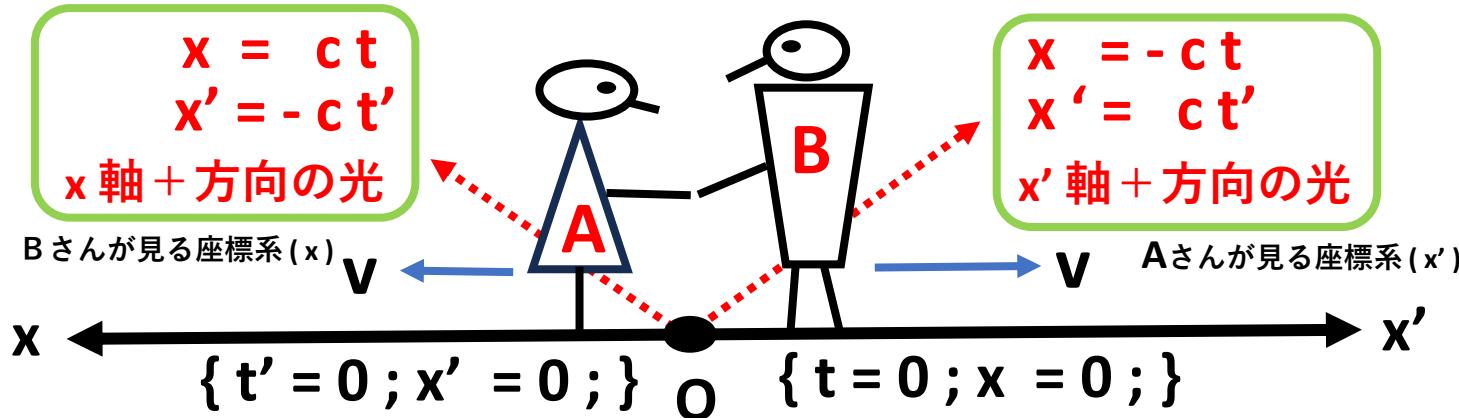
両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。

座標系(x')の原点にいる
観察者(A)さんから見ると、
男性 (B)は x' 軸のプラスの
方向に遠ざかって見える。

座標系(x)の原点にいる
観察者(B)さんから見ると、
女性 (A)は x 軸のプラスの
方向に遠ざかって見える。

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！



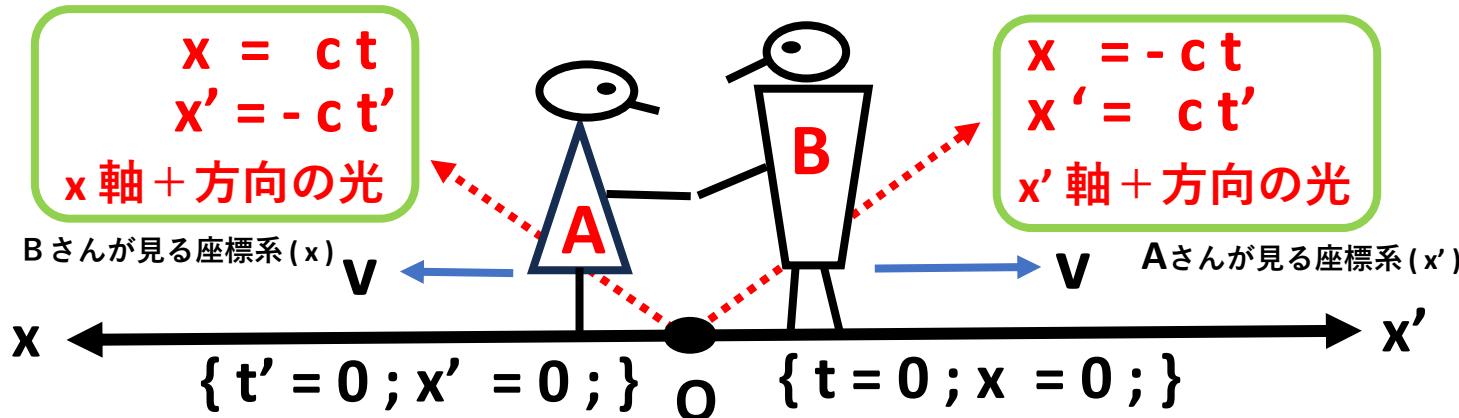
両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。

座標系(x')の原点にいる
観察者(A)さんから見ると、
男性 (B)は x' 軸のプラスの
方向に遠ざかって見える。

座標系(x)の原点にいる
観察者(B)さんから見ると、
女性 (A)は x 軸のプラスの
方向に遠ざかって見える。

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！



両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。

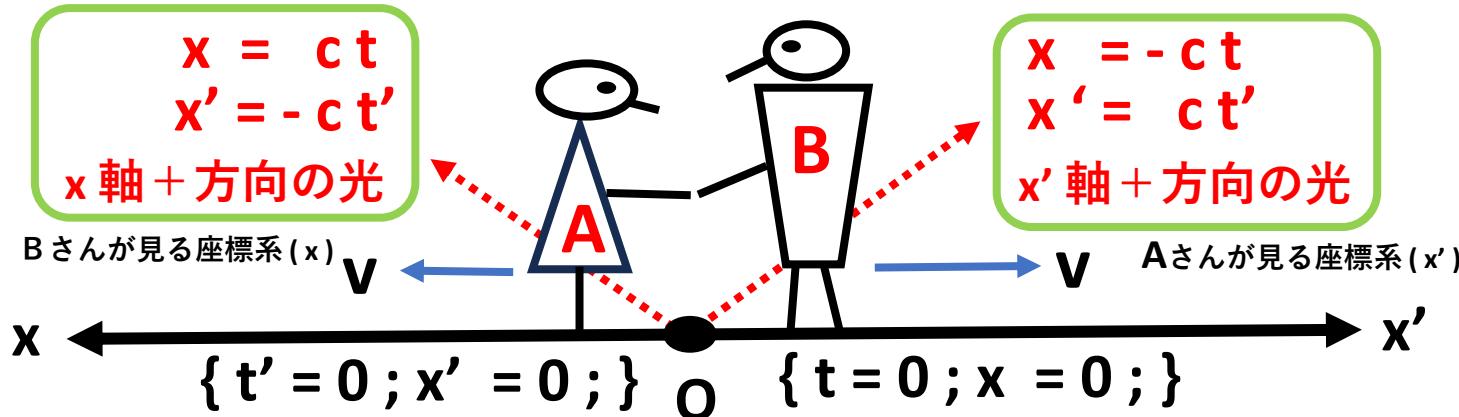
座標系(x')の原点にいる
観察者(A)さんから見ると、
男性 (B)は x' 軸のプラスの
方向に遠ざかって見える。

$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

座標系(x)の原点にいる
観察者(B)さんから見ると、
女性 (A)は x 軸のプラスの
方向に遠ざかって見える。

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！



両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。

座標系(x')の原点にいる
観察者(A)さんから見ると、
男性 (B)は x' 軸のプラスの
方向に遠ざかって見える。

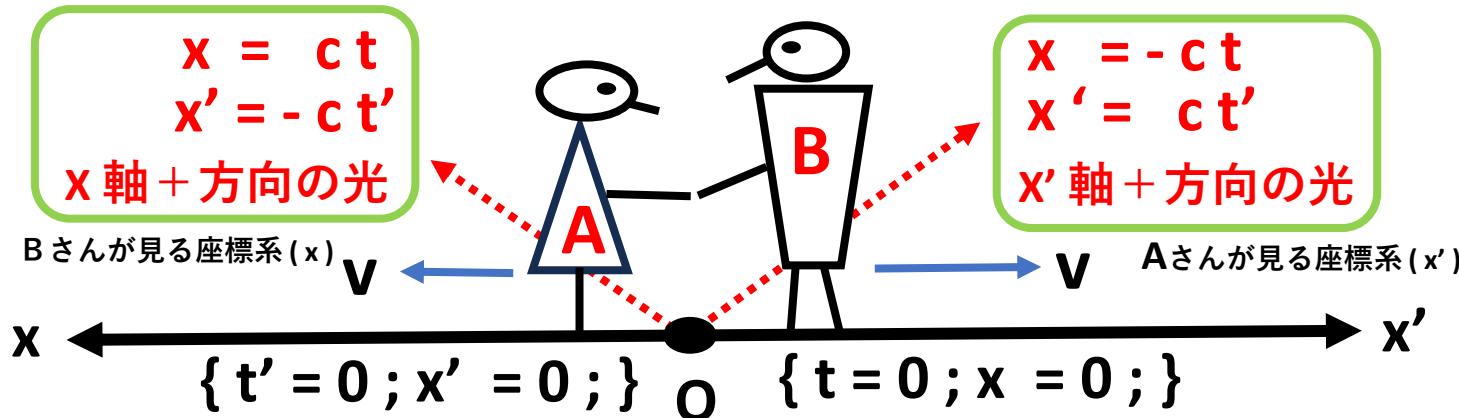
$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

座標系(x)の原点にいる
観察者(B)さんから見ると、
女性 (A)は x 軸のプラスの
方向に遠ざかって見える。

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！



両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。

座標系(x')の原点にいる観察者(A)さんから見ると、男性 (B)は x' 軸のプラスの方向に遠ざかって見える。

$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

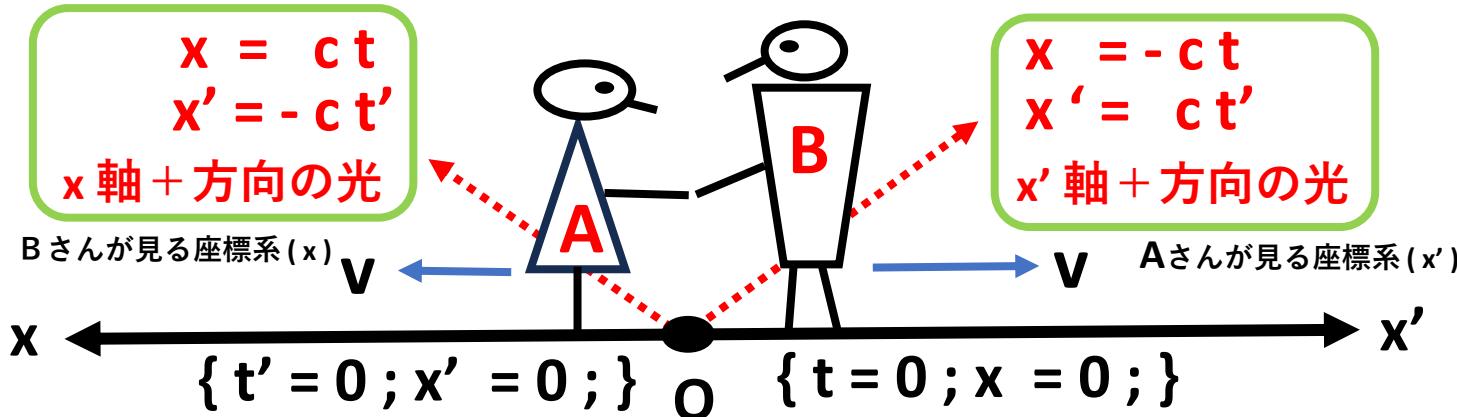
$$\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

座標系(x)の原点にいる観察者(B)さんから見ると、女性 (A)は x 軸のプラスの方向に遠ざかって見える。

$$\begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} ;$$

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！



両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。

座標系(x')の原点にいる
観察者(A)さんから見ると、
男性 (B)は x' 軸のプラスの
方向に遠ざかって見える。

$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

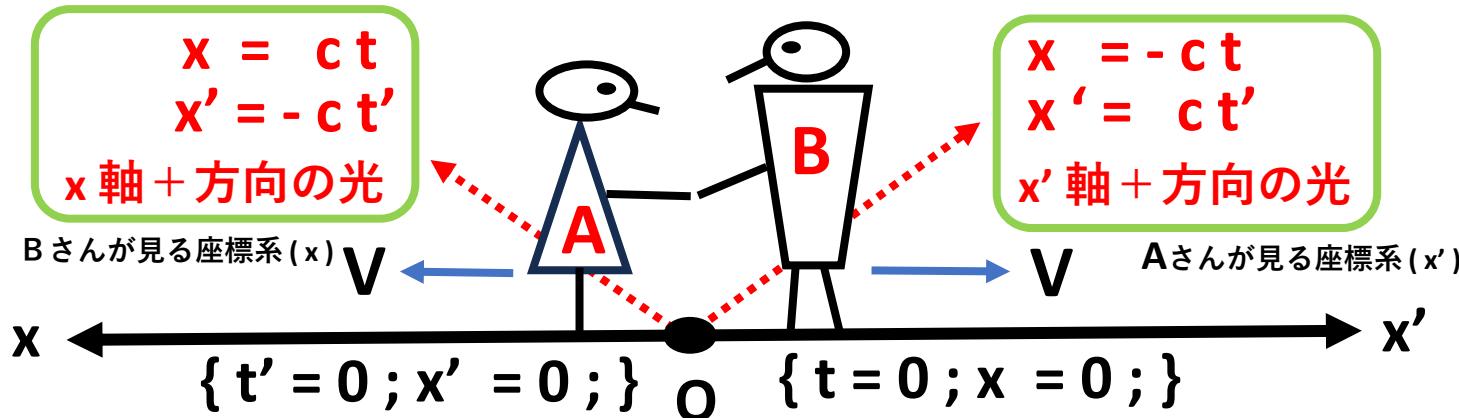
$$\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

座標系(x)の原点にいる
観察者(B)さんから見ると、
女性 (A)は x 軸のプラスの
方向に遠ざかって見える。

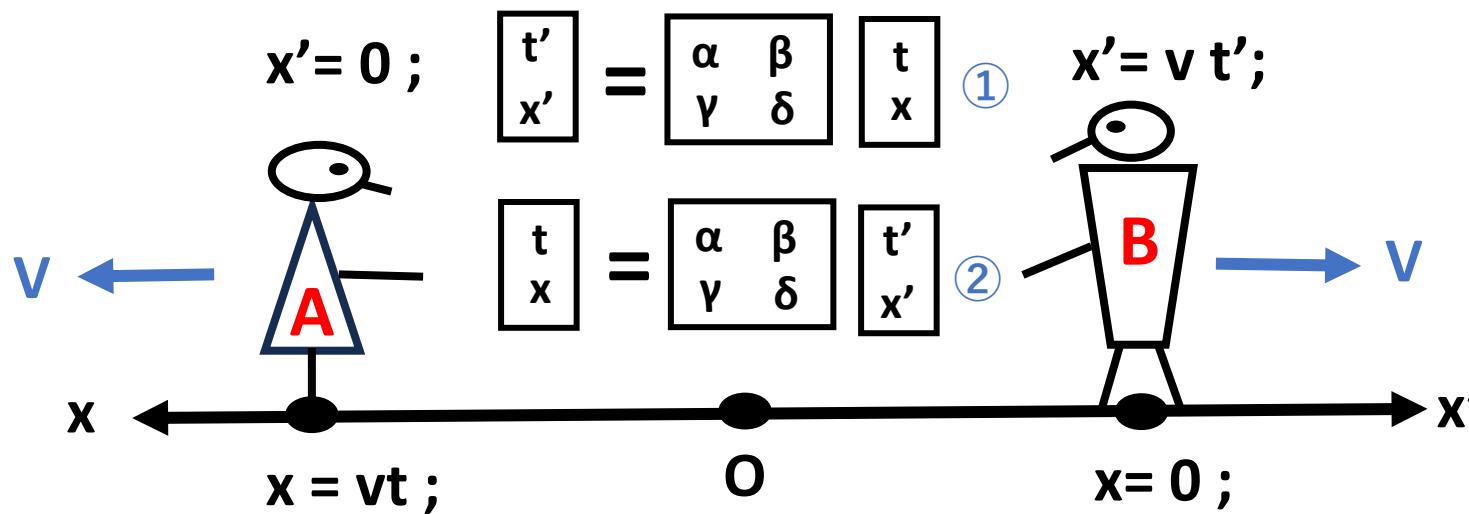
$$\begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} ; \quad \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta/D & -\beta/D \\ -\gamma/D & \alpha/D \end{bmatrix} ; \quad D = \alpha\delta - \beta\gamma ;$$

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！

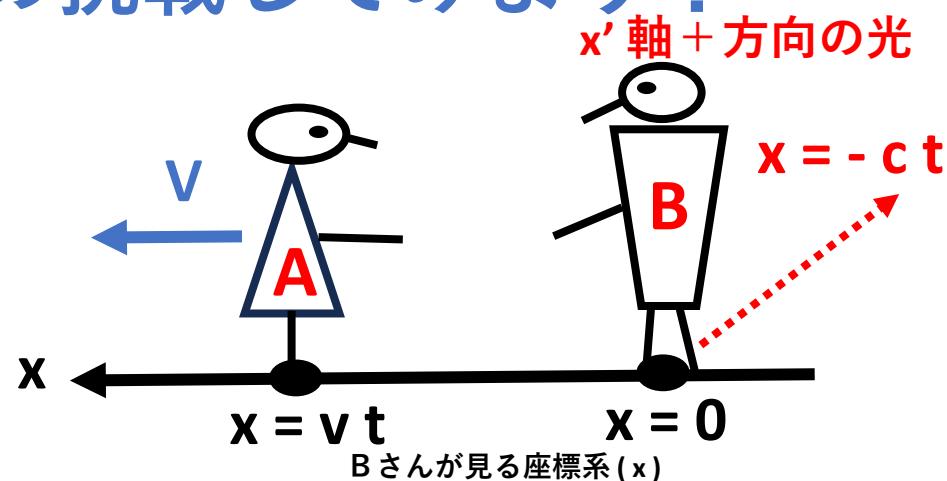
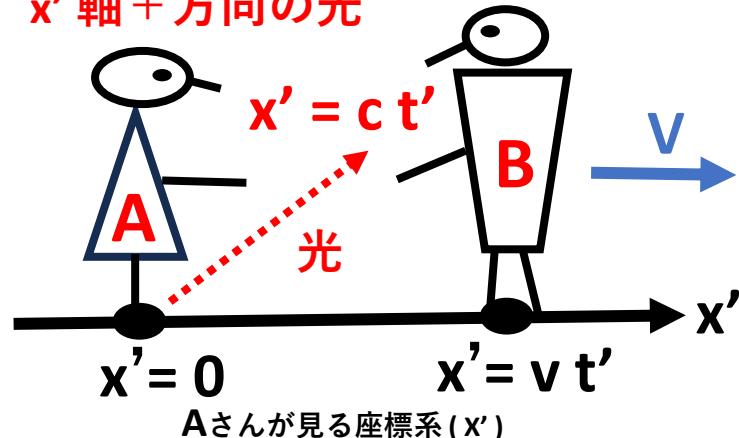


両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。



半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！

 x' 軸 + 方向の光両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。

$$x' = 0; \quad \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} \quad ①$$

$$t = vt; \quad \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} \quad ②$$

v ←

x ←

$x' = vt';$

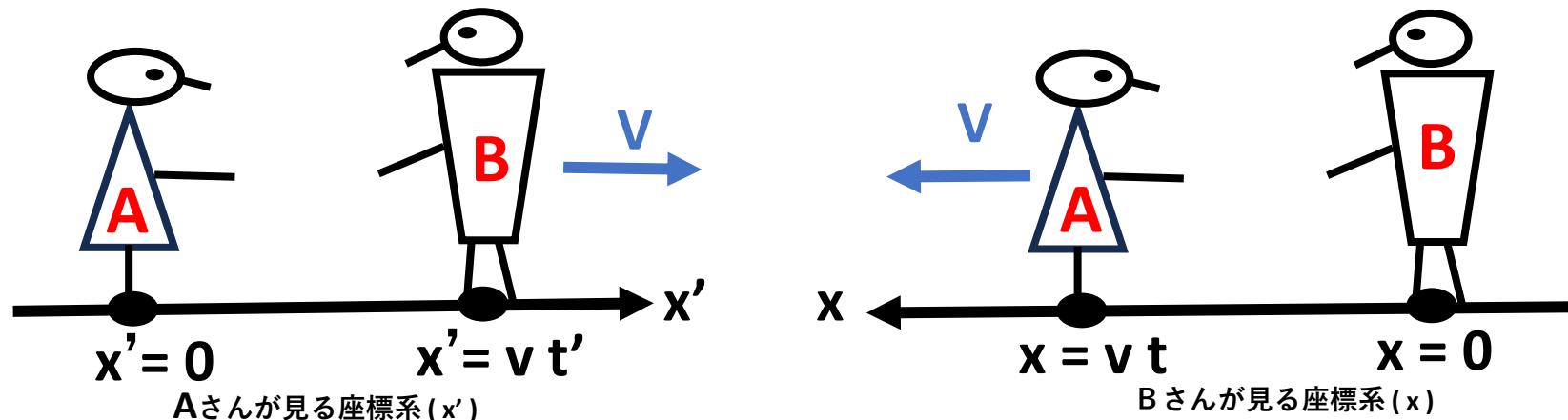
$x = 0;$

x'

x

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！



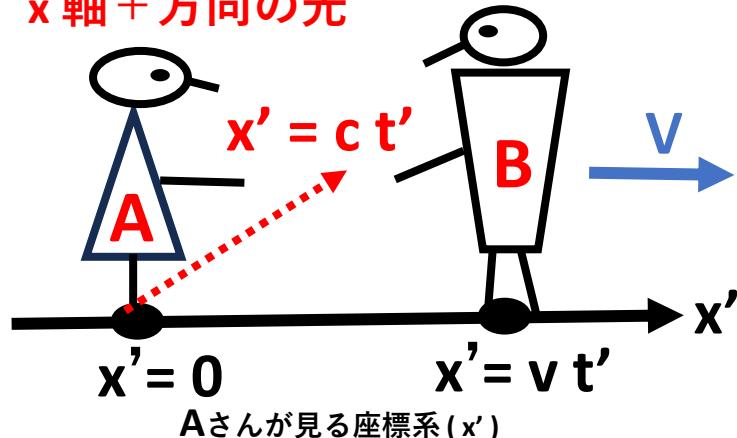
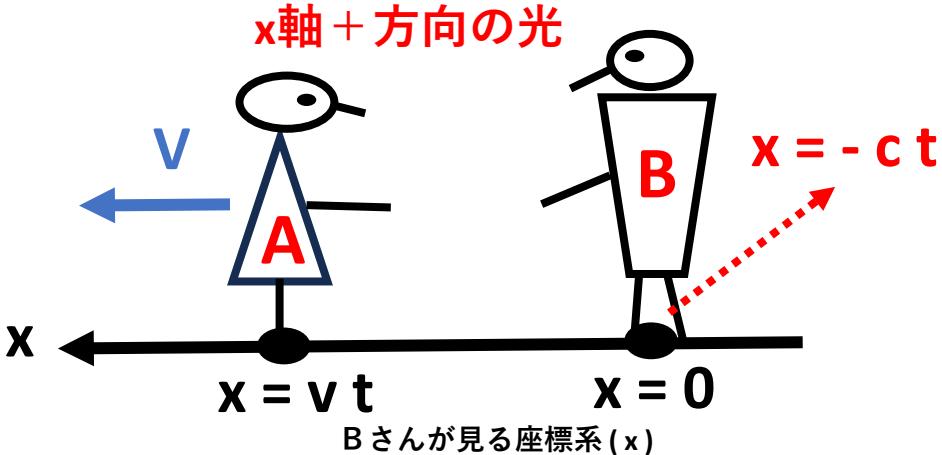
両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。

$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} \quad ①$$

$$\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} \quad ②$$

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！

 x 軸 + 方向の光 x 軸 + 方向の光両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。 x' 軸方向の光

$$x' = 0 ; \quad x = vt ;$$

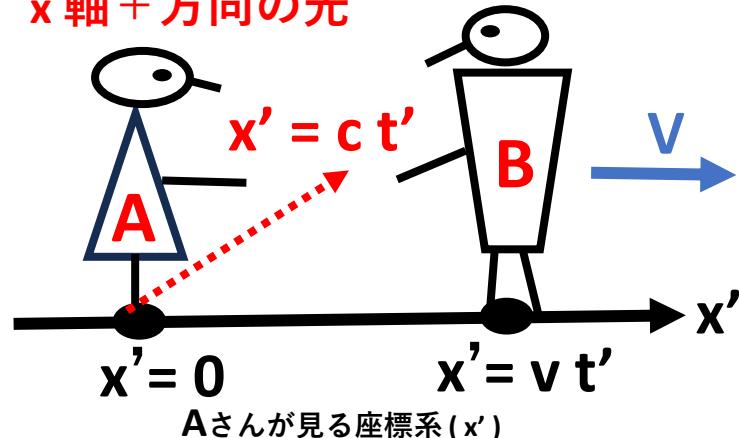
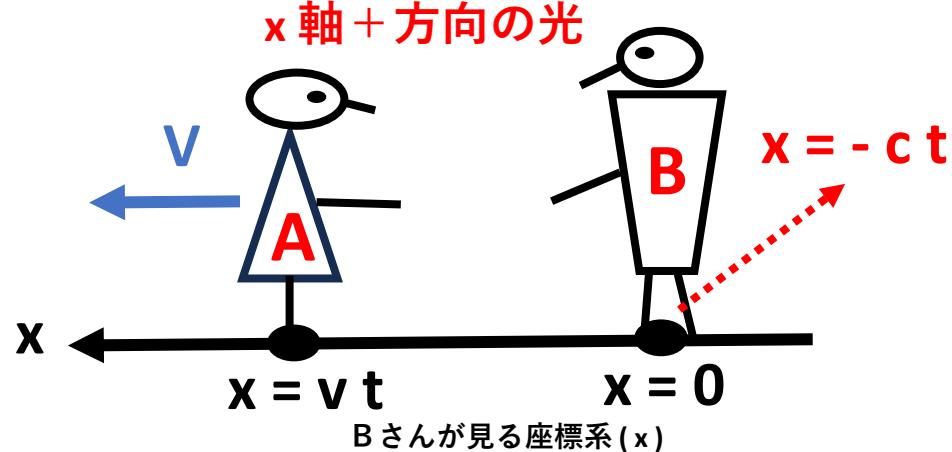
$$\begin{matrix} t' \\ x' \end{matrix} = \begin{matrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{matrix} \begin{matrix} t \\ x \end{matrix} \quad ①$$

$$\begin{matrix} t \\ x \end{matrix} = \begin{matrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{matrix} \begin{matrix} t' \\ x' \end{matrix} \quad ②$$

③

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！

 x 軸 + 方向の光 x 軸 + 方向の光両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。 x' 軸方向の光

$$x' = 0; \quad x = vt;$$

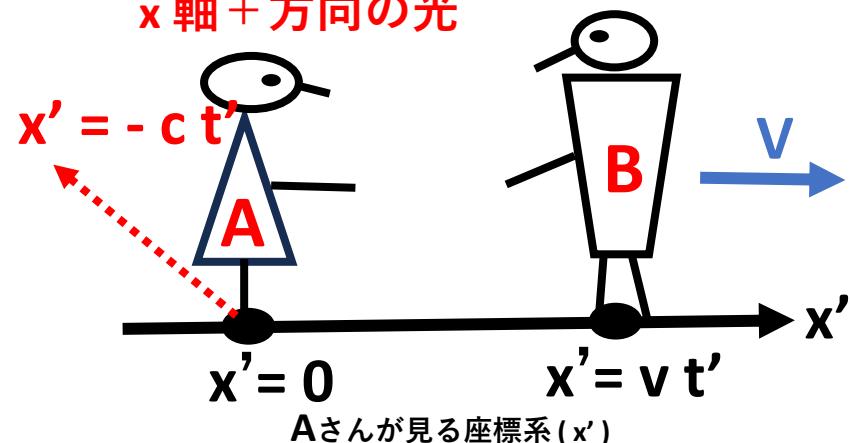
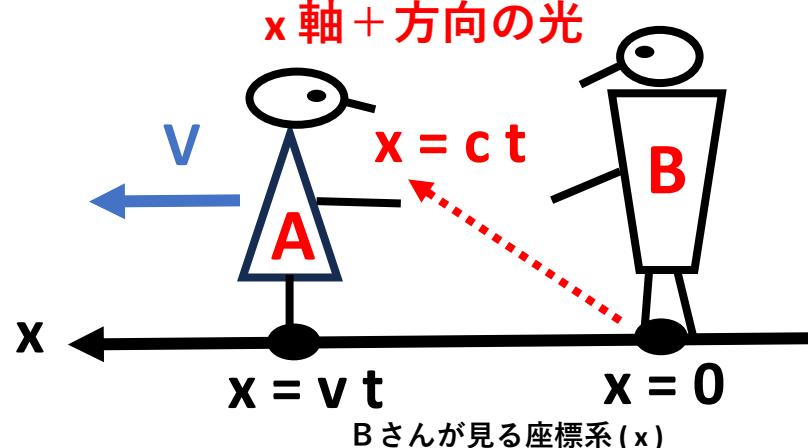
$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} \quad ①$$

$$x' = ct'; \quad x = -ct;$$

$$\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} \quad ②$$

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！

 x 軸 + 方向の光 x 軸 + 方向の光両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。 x' 軸方向の光

$$x' = 0; \quad x = vt; \quad ③$$

$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} \quad ①$$

$$x' = ct'; \quad x = -ct; \quad ④$$

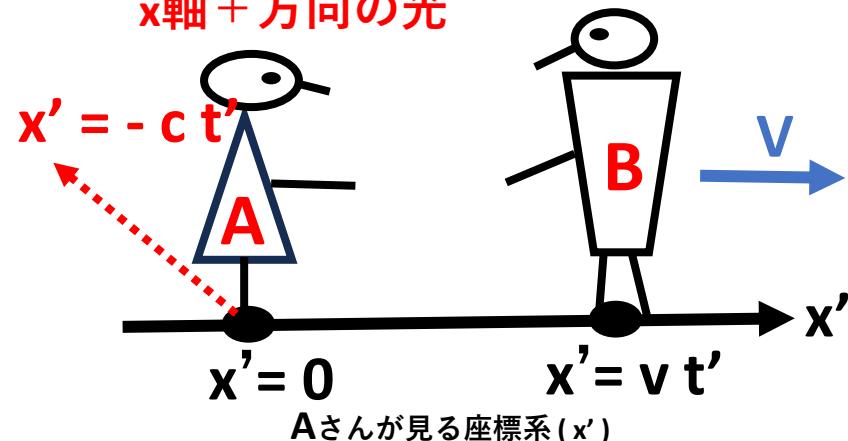
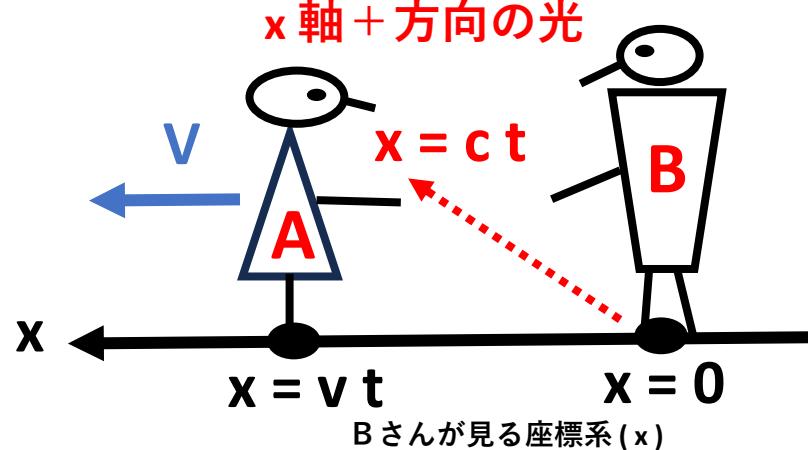
$$\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} \quad ②$$

 x 軸方向の光

$$x = 0; \quad x' = vt'; \quad ⑤$$

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！

x軸+方向の光**x 軸+方向の光**両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。 **x' 軸方向の光**

$$x' = 0; \quad x = vt; \quad ③$$

$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} \quad ①$$

$$x' = ct'; \quad x = -ct; \quad ④$$

$$\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} \quad ②$$

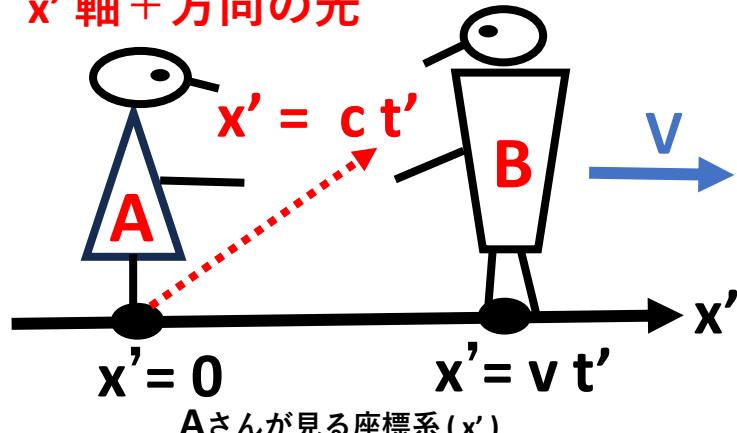
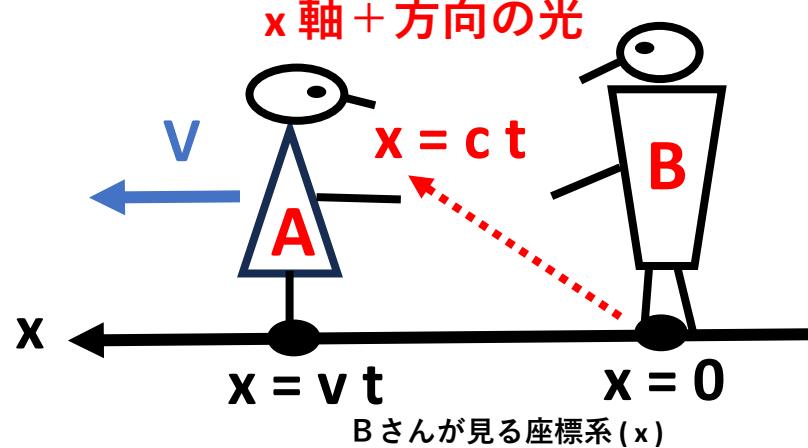
 x 軸方向の光

$$x = 0; \quad x' = vt'; \quad ⑤$$

$$x' = -ct'; \quad x = ct; \quad ⑥$$

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！

 x' 軸 + 方向の光 x 軸 + 方向の光両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。 x' 軸方向の光

$$x' = 0; \quad x = vt; \quad ③$$

$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} \quad ①$$

$$x' = ct'; \quad x = -ct; \quad ④$$

$$\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} \quad ②$$

 x 軸方向の光

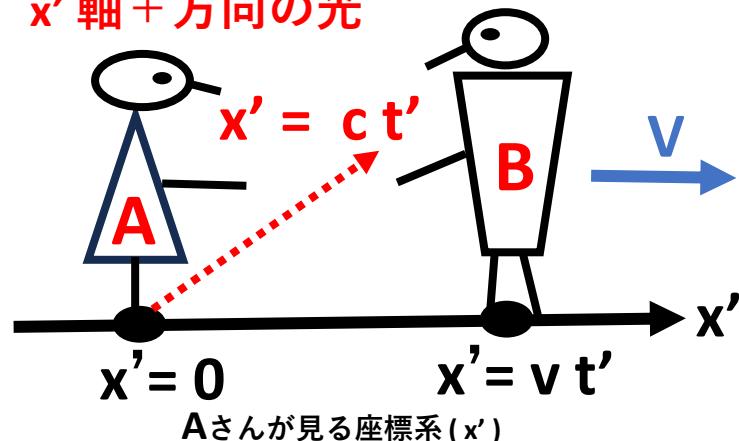
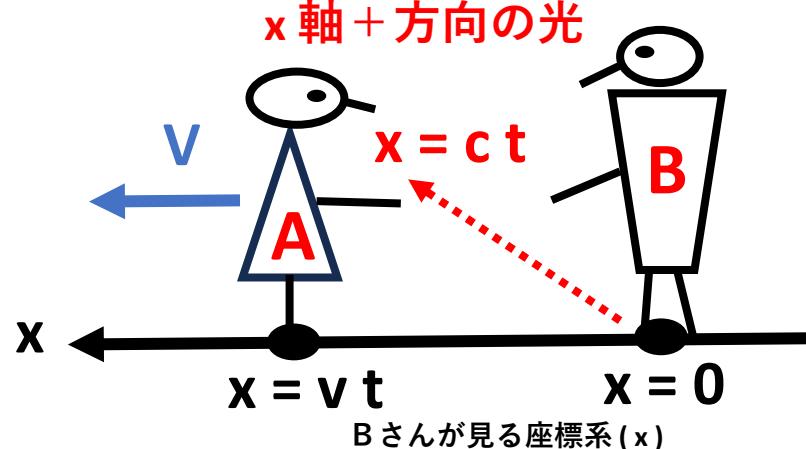
$$x = 0; \quad x' = vt'; \quad ⑤$$

$$x' = -ct'; \quad x = ct; \quad ⑥$$

 $\{ ①; ②; ③; ④; \}$ gives $\{ \beta = -v\alpha/c; \gamma = v\alpha; \delta = -\alpha; \}$

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！

 x' 軸 + 方向の光 x 軸 + 方向の光両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。 x' 軸方向の光

$$\textcircled{3} \quad x' = 0; \quad x = v t;$$

$$\textcircled{1} \quad \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

 x 軸方向の光

$$\textcircled{5} \quad x = 0; \quad x' = v t';$$

$$\textcircled{4} \quad x' = c t'; \quad x = -c t;$$

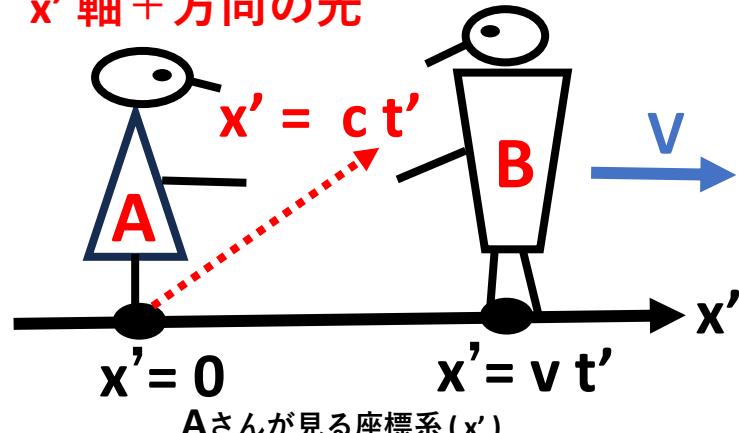
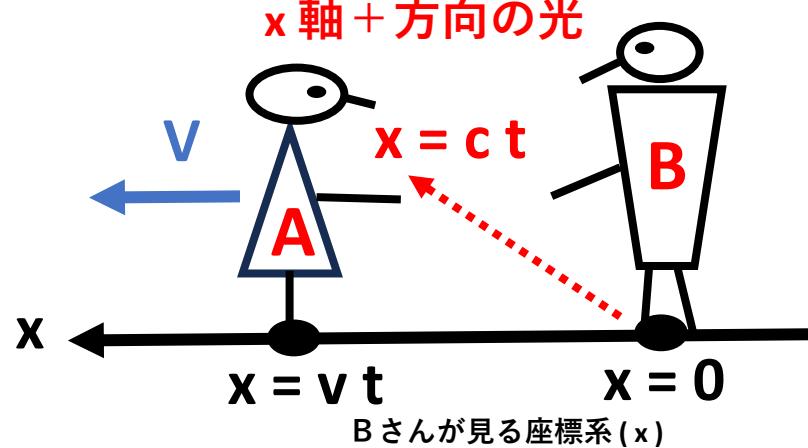
$$\textcircled{2} \quad \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{6} \quad x' = -c t'; \quad x = c t;$$

 $\{ \textcircled{1}; \textcircled{2}; \textcircled{3}; \textcircled{4} \}$ gives $\{ \beta = -v \alpha / c; \gamma = v \alpha; \delta = -\alpha; \}$
 $\{ \textcircled{1}; \textcircled{2} \}$ gives $\{ \alpha = 1 / \sqrt{1 - v^2 / c^2}; \}$

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！

 x' 軸 + 方向の光 x 軸 + 方向の光両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。 x' 軸方向の光

$$\textcircled{3} \quad x' = 0; \quad x = vt;$$

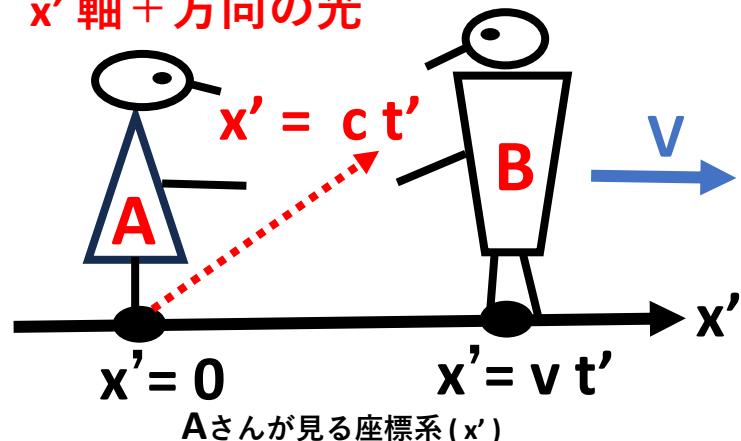
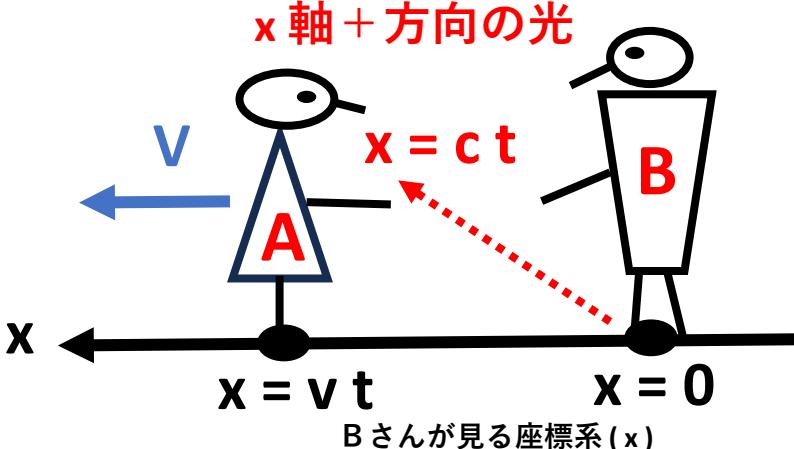
$$\textcircled{1} \quad \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{4} \quad x' = ct'; \quad x = -ct;$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！

 x' 軸 + 方向の光 x 軸 + 方向の光両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。 x' 軸方向の光

$$\textcircled{3} \quad x' = 0; \quad x = vt;$$

$$\textcircled{1} \quad \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

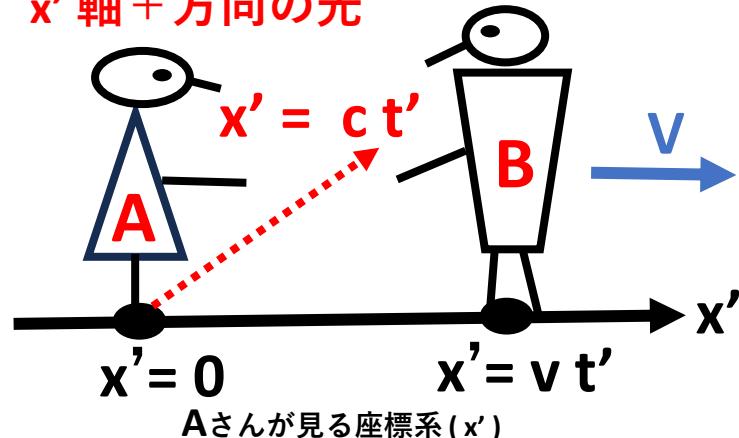
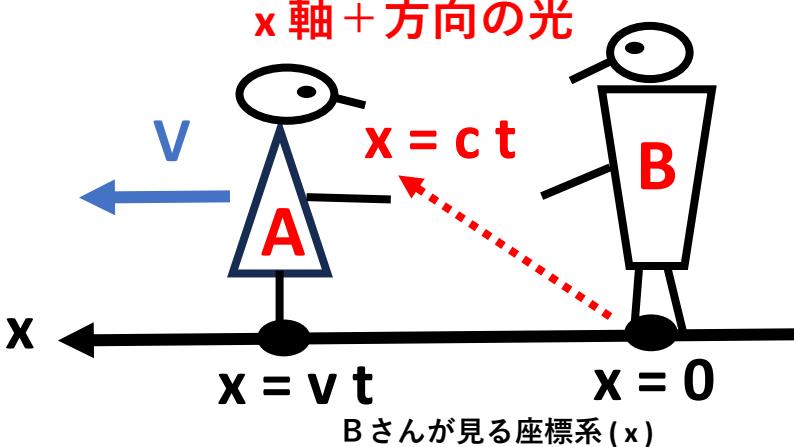
$$\textcircled{4} \quad x' = ct'; \quad x = -ct;$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

$\textcircled{1}$ and $\textcircled{3}$ gives $\gamma = -\delta v$;

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！

 x' 軸 + 方向の光 x 軸 + 方向の光両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。 x' 軸方向の光

$$\textcircled{3} \quad x' = 0; \quad x = vt;$$

$$\textcircled{1} \quad \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

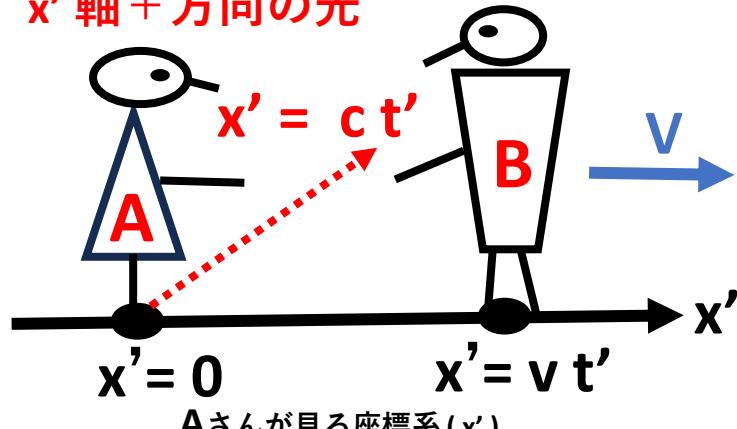
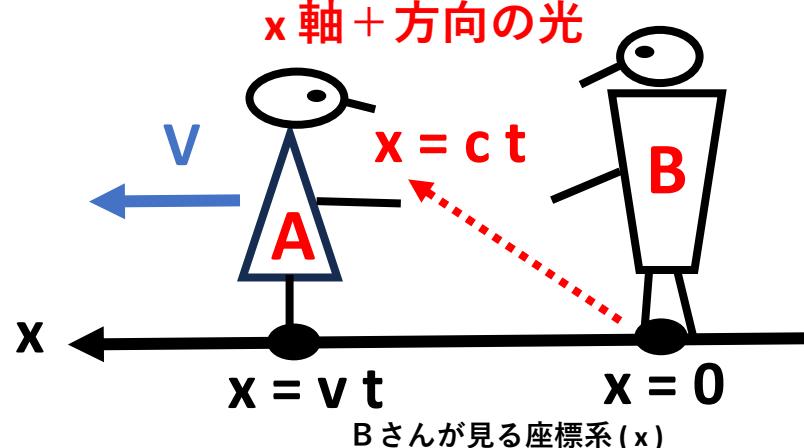
$$\textcircled{4} \quad x' = ct'; \quad x = -ct;$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

$\textcircled{1}$ and $\textcircled{3}$ gives $\gamma = -\delta v$;
 $\textcircled{2}$ and $\textcircled{3}$ gives $\gamma = \alpha v$;
 $\delta = -\alpha$;

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！

 x' 軸 + 方向の光 x 軸 + 方向の光両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。 x' 軸方向の光

$$\textcircled{3} \quad x' = 0; \quad x = vt;$$

$$\textcircled{4} \quad x' = ct'; \quad x = -ct;$$

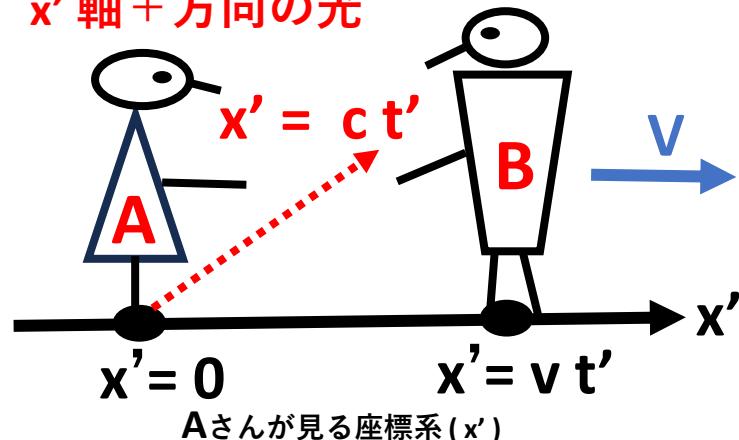
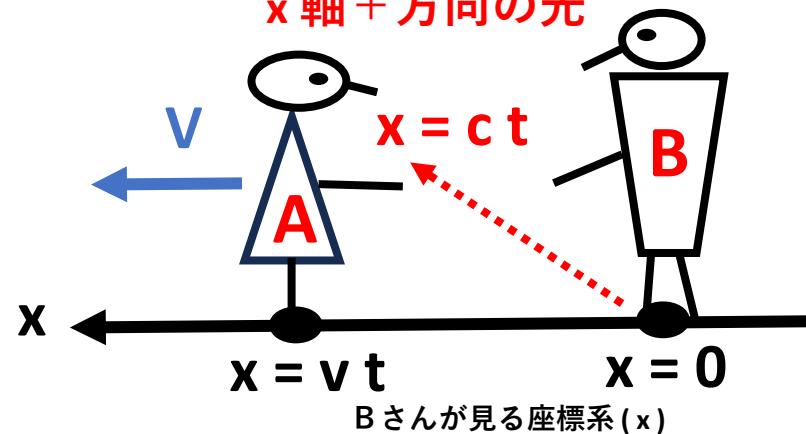
$$\textcircled{1} \quad \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

- ① and ③ gives $\gamma = -\delta v$;
- ② and ③ gives $\gamma = \alpha v$;
 $\delta = -\alpha$;
- ① and ④ gives $\gamma = -c^2 \beta$;
 $\beta = -\alpha v/c^2$;

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！

 x' 軸 + 方向の光 x 軸 + 方向の光両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。 x' 軸方向の光

$$\textcircled{3} \quad x' = 0; \quad x = vt;$$

$$\textcircled{1} \quad \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{4} \quad x' = ct'; \quad x = -ct;$$

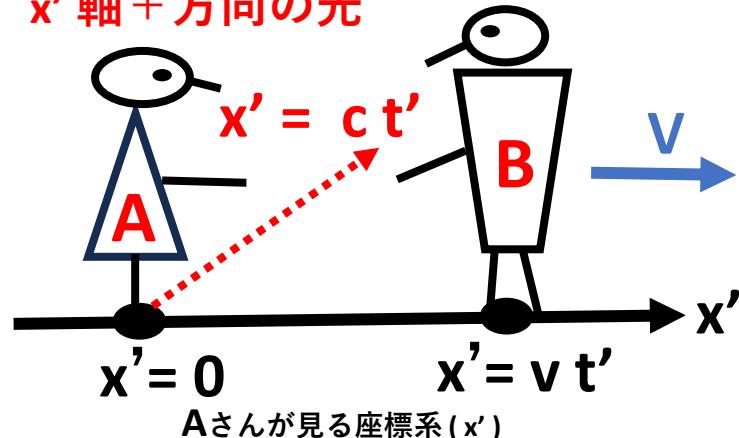
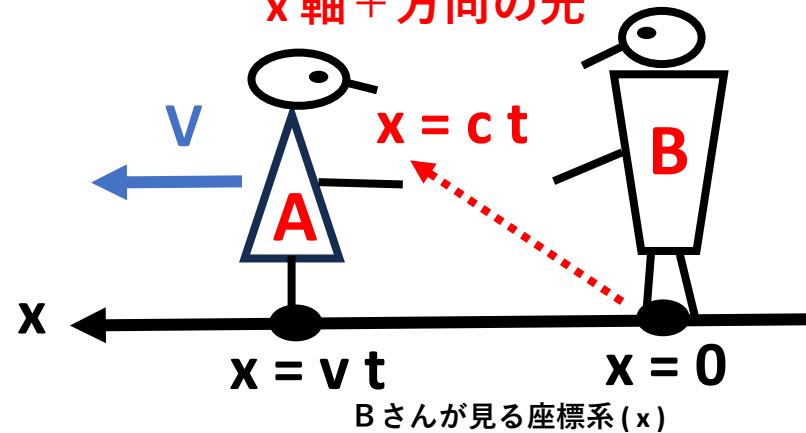
$$\textcircled{2} \quad \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

- ① and ③ gives $\gamma = -\delta v$;
- ② and ③ gives $\gamma = \alpha v$;
 $\delta = -\alpha$;
- ① and ④ gives $\gamma = -c^2 \beta$;
 $\beta = -\alpha v/c^2$;

 $\{ \textcircled{1}; \textcircled{2}; \textcircled{3}; \textcircled{4} \}$ gives $\{ \beta = -v \alpha / c^2; \gamma = v \alpha; \delta = -\alpha; \}$

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！

 x' 軸 + 方向の光Aさんが見る座標系 (x') x 軸 + 方向の光Bさんが見る座標系 (x)両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。 x' 軸方向の光

$$\textcircled{3} \quad x' = 0; \quad x = vt;$$

$$\textcircled{1} \quad \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{4} \quad x' = ct'; \quad x = -ct;$$

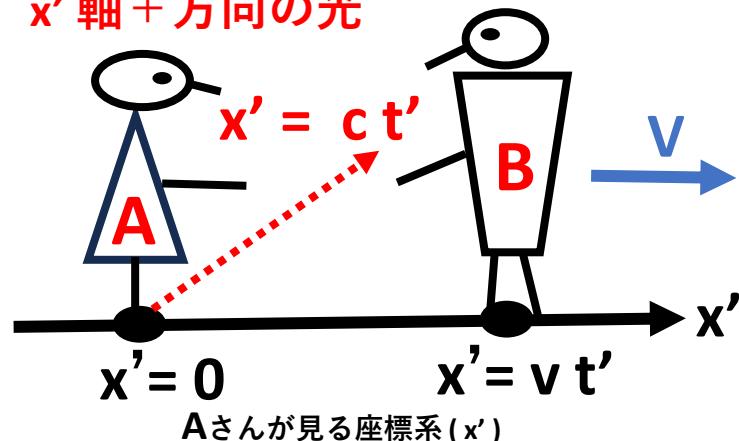
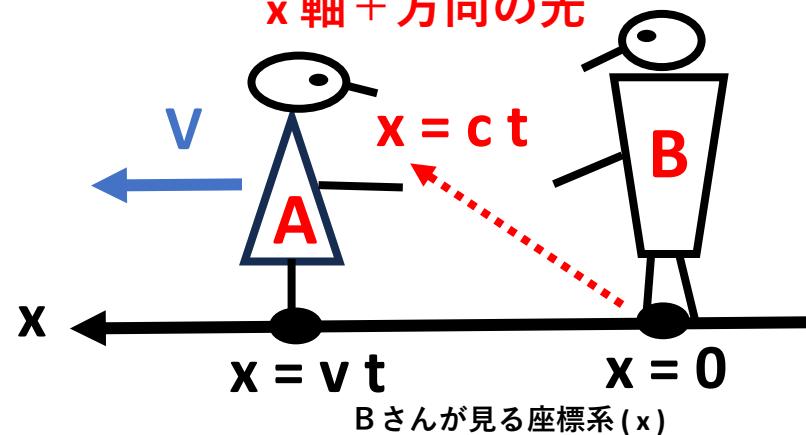
$$\textcircled{2} \quad \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

- $\textcircled{1}$ and $\textcircled{3}$ gives $\gamma = -\delta v$;
- $\textcircled{2}$ and $\textcircled{3}$ gives $\gamma = \alpha v$;
 $\delta = -\alpha$;
- $\textcircled{1}$ and $\textcircled{4}$ gives $\gamma = -c^2 \beta$;
 $\beta = -\alpha v/c^2$;

 $\{ \textcircled{1}; \textcircled{2}; \textcircled{3}; \textcircled{4} \}$ gives $\{ \beta = -v \alpha / c^2; \gamma = v \alpha; \delta = -\alpha; \}$

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！

 x' 軸 + 方向の光 x 軸 + 方向の光両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。 x' 軸方向の光

$$\textcircled{3} \quad x' = 0; \quad x = vt;$$

$$\textcircled{1} \quad \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{4} \quad x' = ct'; \quad x = -ct;$$

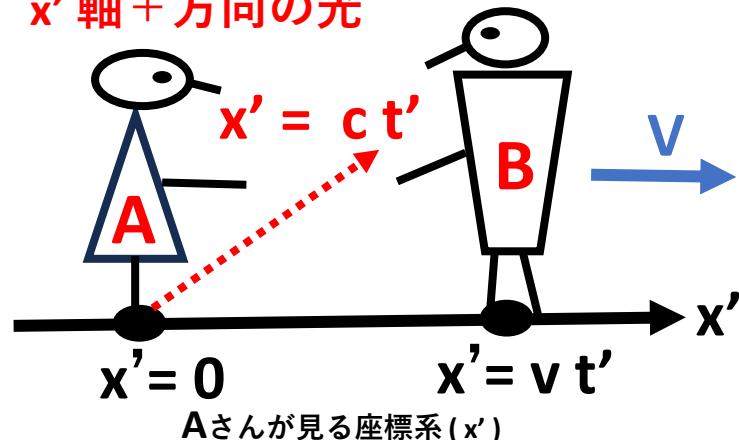
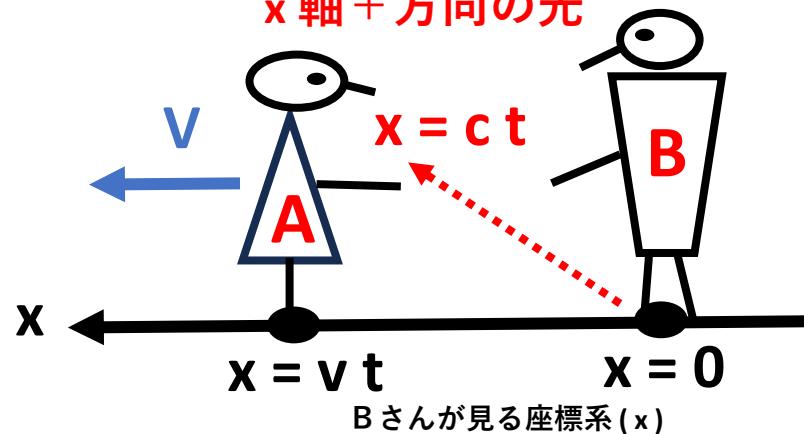
$$\textcircled{2} \quad \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

- ① and ③ gives $\gamma = -\delta v$;
- ② and ③ gives $\gamma = \alpha v$;
 $\delta = -\alpha$;
- ① and ④ gives $\gamma = -c^2 \beta$;
 $\beta = -\alpha v/c^2$;

 $\{ \textcircled{1}; \textcircled{2}; \textcircled{3}; \textcircled{4} \} \text{ gives } \{ \beta = -v \alpha / c^2; \gamma = v \alpha; \delta = -\alpha; \}$
 $\{ \textcircled{1}; \textcircled{2} \} \text{ gives } \{ \alpha = 1 / \sqrt{1 - v^2 / c^2}; \}$

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！

 x' 軸 + 方向の光 x 軸 + 方向の光両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。 x' 軸方向の光

$$\textcircled{3} \quad x' = 0; \quad x = v t;$$

$$\textcircled{1} \quad \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{4} \quad x' = c t'; \quad x = -c t;$$

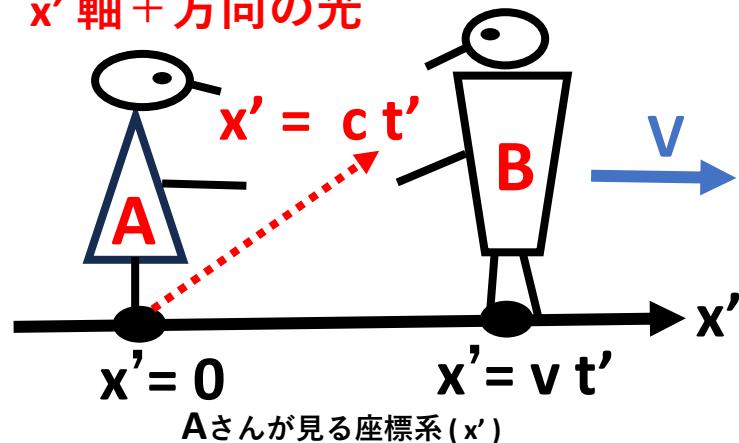
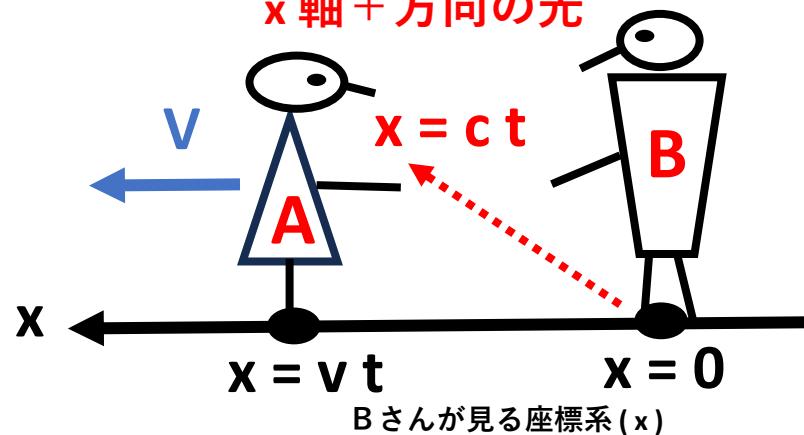
$$\textcircled{2} \quad \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

- ① and ③ gives $\gamma = -\delta v$;
- ② and ③ gives $\gamma = \alpha v$;
 $\delta = -\alpha$;
- ① and ④ gives $\gamma = -c^2 \beta$;
 $\beta = -\alpha v / c^2$;

$$\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \alpha^2 \begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！

 x' 軸 + 方向の光 x 軸 + 方向の光両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。 x' 軸方向の光

$$\textcircled{3} \quad x' = 0; \quad x = v t;$$

$$\textcircled{1} \quad \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{4} \quad x' = c t'; \quad x = -c t;$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

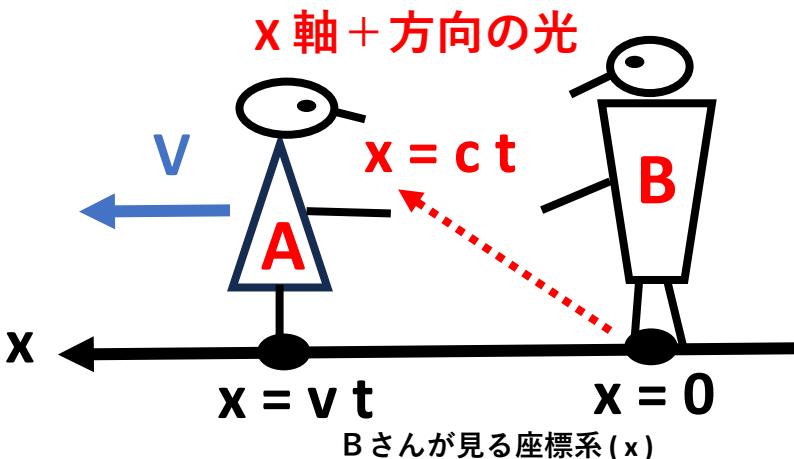
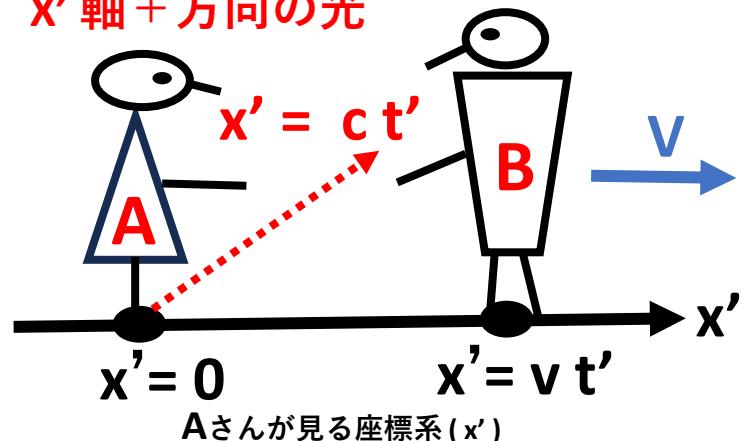
$$\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \alpha^2 \begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

- ① and ③ gives $\gamma = -\delta v$;
- ② and ③ gives $\gamma = \alpha v$;
 $\delta = -\alpha$;
- ① and ④ gives $\gamma = -c^2 \beta$;
 $\beta = -\alpha v / c^2$;

$$\alpha = 1 / \sqrt{1 - v^2 / c^2}$$

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！

 x' 軸 + 方向の光両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。

$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} \quad \textcircled{1}$$

$$\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} \quad \textcircled{2}$$

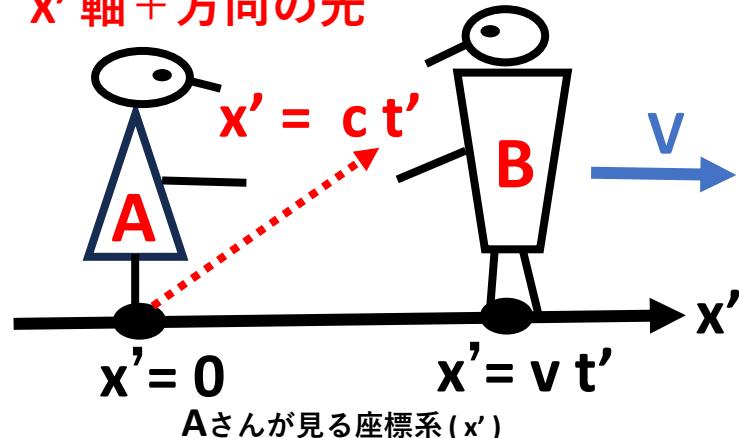
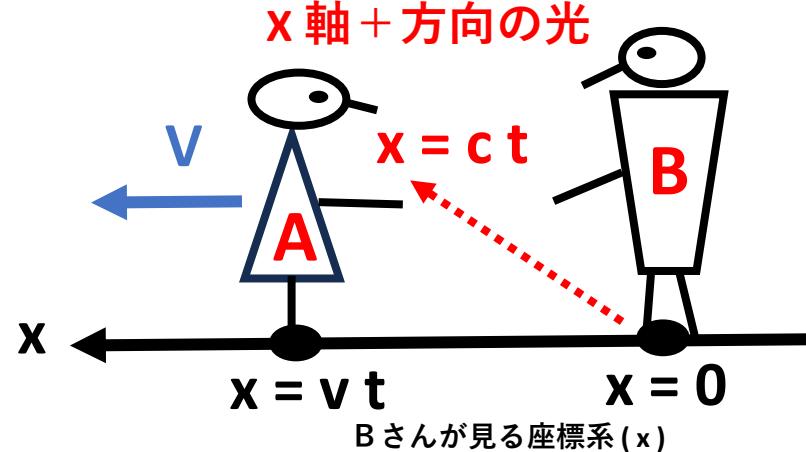
$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} \quad \textcircled{7}$$

{ ① ; ② ; ③ ; ④ ; } gives { $\beta = -v\alpha/c$; $\gamma = v\alpha$; $\delta = -\alpha$; }

{ ① ; ② ; } gives { $\alpha = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$; }

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！

 x' 軸 + 方向の光 x 軸 + 方向の光両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。
$$\left\{ \begin{array}{l} t' \\ x' \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{cc} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} t \\ x \end{array} \right\}$$

①

$$\left\{ \begin{array}{l} t \\ x \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{cc} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} t' \\ x' \end{array} \right\}$$

②

$$\{\beta = -v\alpha/c; \gamma = v\alpha; \delta = -\alpha; \}$$

$$\{\alpha = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}; \}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t' \\ x' \end{array} \right\} = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \left[\begin{array}{cc} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} t \\ x \end{array} \right\}$$

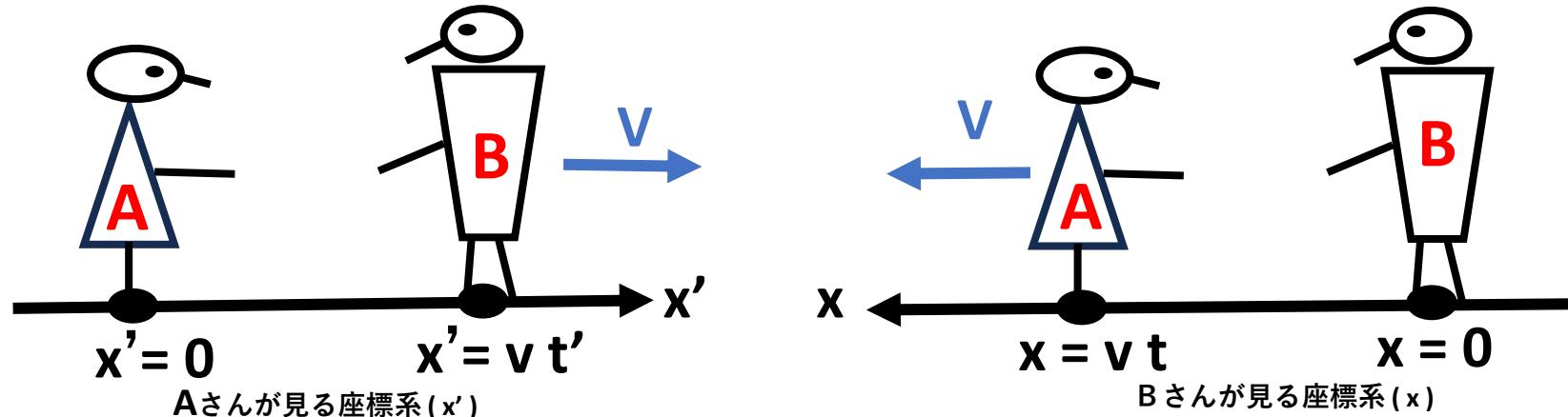
⑦

$$\left\{ \begin{array}{l} t \\ x \end{array} \right\} = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \left[\begin{array}{cc} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} t' \\ x' \end{array} \right\}$$

⑧

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！



両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。

座標系Aの観察者から見ると、座標系Bは x' 軸のプラスの方向に遠ざかっている。

$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

(7)

座標系Bの観察者から見ると、座標系Aは x 軸のプラスの方向に遠ざかっている。

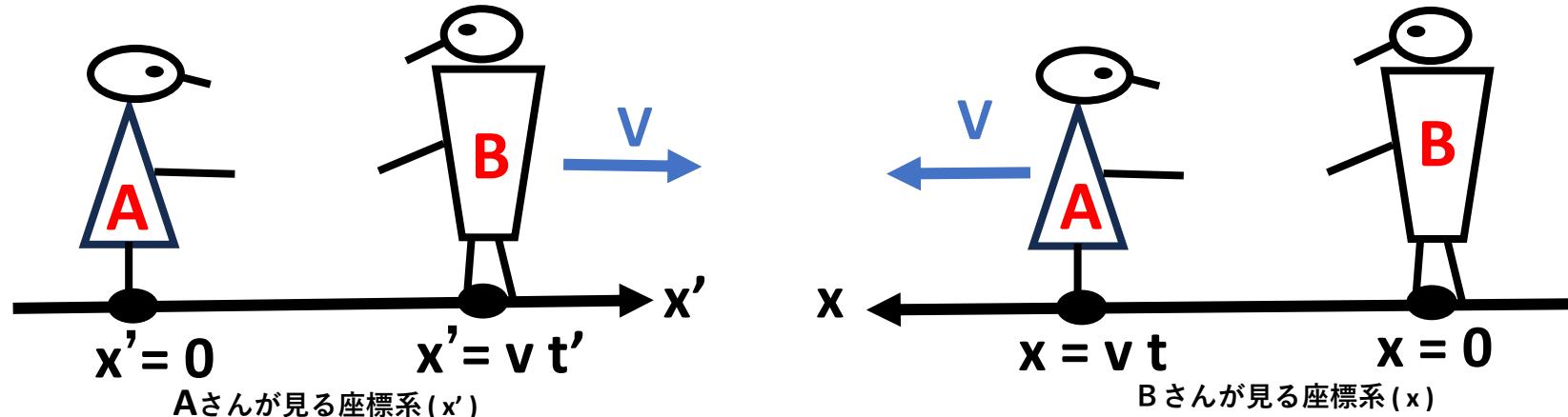
$$\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

(8)

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！



両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。

ここで新たに関係式 $\{x' = x'; x = -vt\}$ を導入してを変数 (x, x') で書き直す。

座標系A の観察者から見ると、
座標系Bは x' 軸のプラスの
方向に遠ざかっている。

$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

(7)

座標系B の観察者から見ると、
座標系Aは x 軸のプラスの
方向に遠ざかっている。

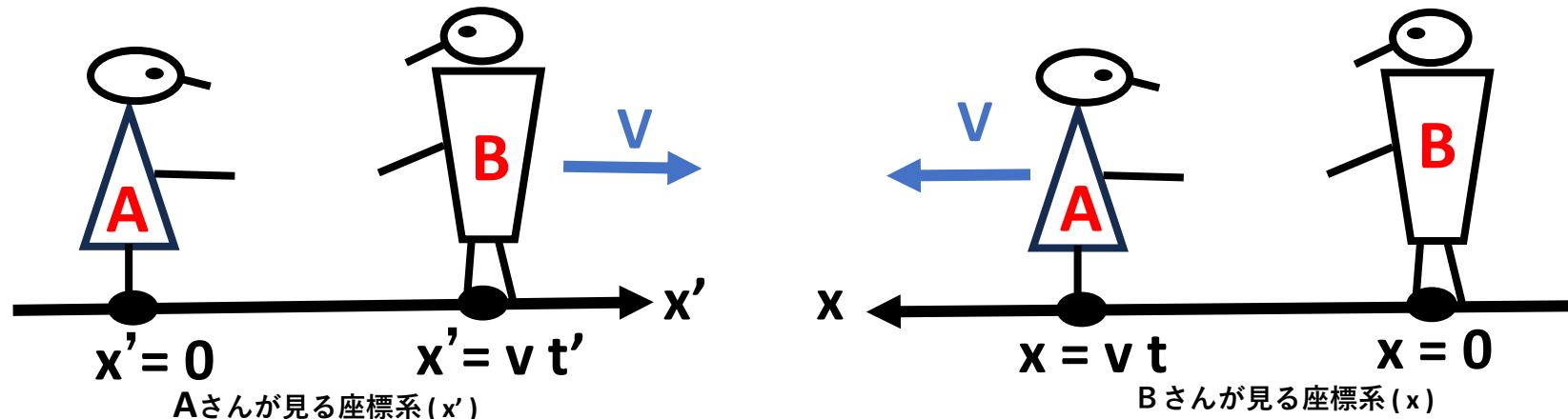
$$\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

(8)

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！



両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。

ここで新たに関係式 $\{x' = x'; x = -vt\}$ を導入してを変数 (x, x') で書き直す。

変数の定義だけであり変換式には変化はない。

座標系A の観察者から見ると、
座標系Bは x' 軸のプラスの
方向に遠ざかっている。

$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

(7)

座標系B の観察者から見ると、
座標系Aは x 軸のプラスの
方向に遠ざかっている。

$$\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

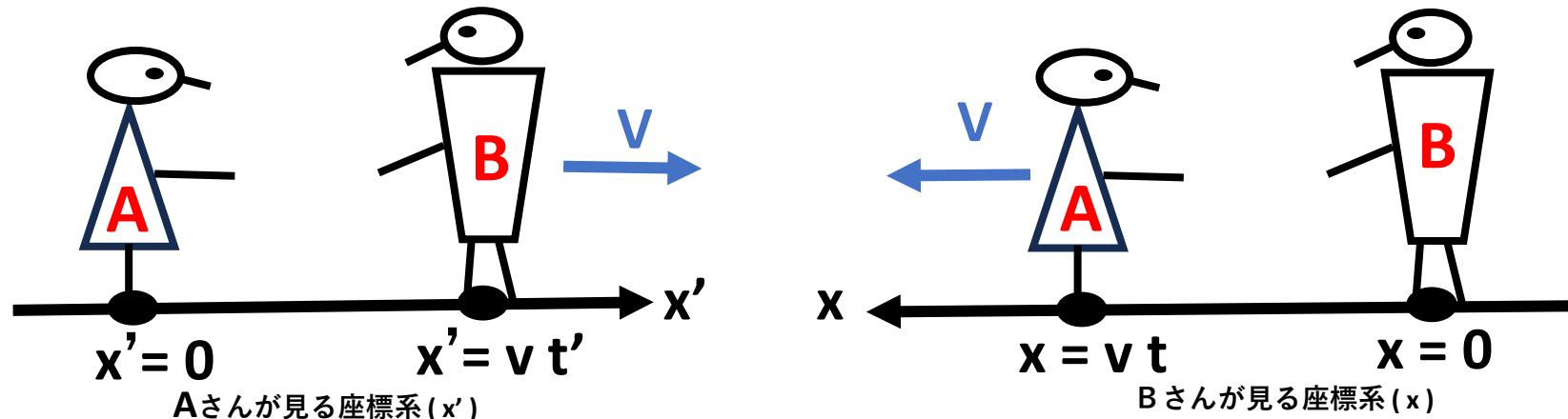
(8)

$$\begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！



両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。

ここで新たに関係式 $\{x' = x'; x = -vt\}$ を導入してを変数 (x, x') で書き直す。

変数の定義だけであり変換式には変化はない。

座標系A の観察者から見ると、
座標系Bは x' 軸のプラスの
方向に遠ざかっている。

$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

(7)

座標系B の観察者から見ると、
座標系Aは x 軸のプラスの
方向に遠ざかっている。

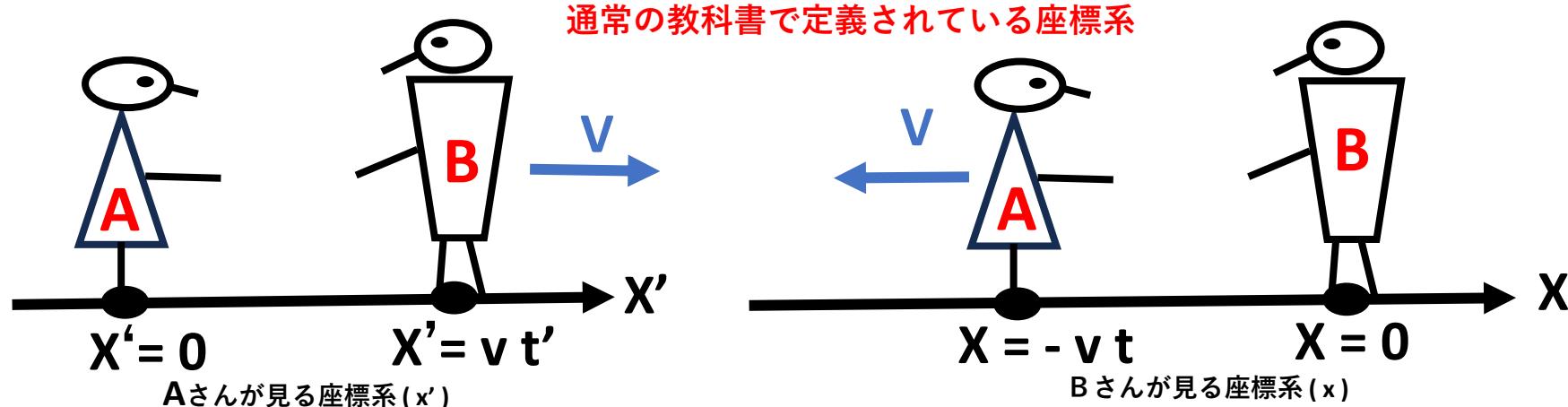
$$\begin{bmatrix} t \\ -x \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t \\ -x \end{bmatrix}$$

(8)

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！



両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。

ここで新たに関係式 $\{x' = X'; x = -X\}$ を導入してを変数 (X, X') で書き直す。

変数の定義だけであり変換式には変化はない。

座標系A の観察者から見ると、
座標系Bは x' 軸のプラスの
方向に遠ざかっている。

$$\begin{bmatrix} t' \\ X' \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ -X \end{bmatrix}$$

(7)

座標系B の観察者から見ると、
座標系Aは x 軸のプラスの
方向に遠ざかっている。

$$\begin{bmatrix} t \\ -X \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ X' \end{bmatrix}$$

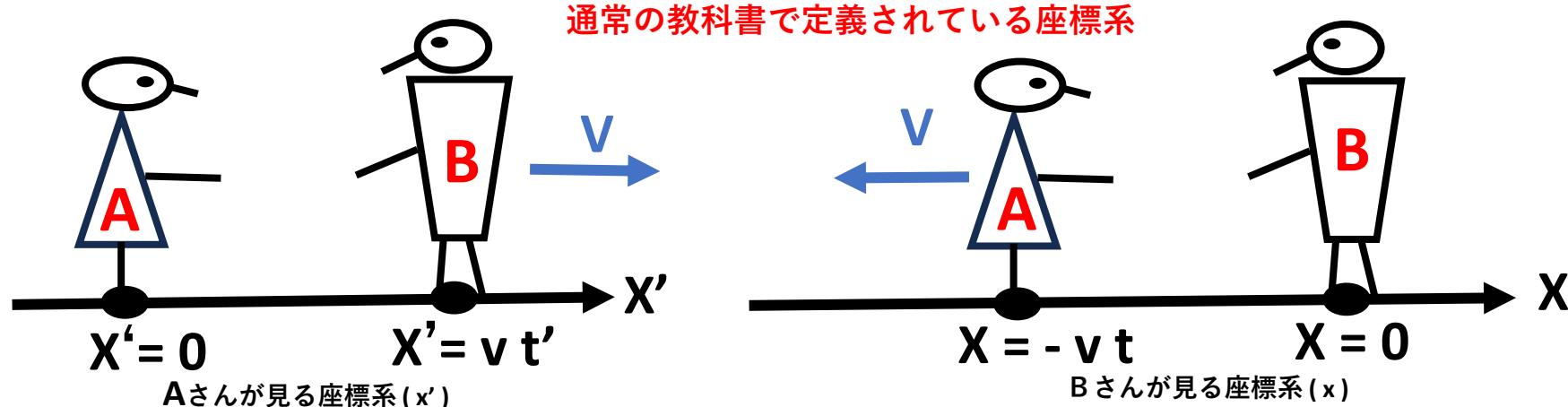
(8)

$$\begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ -X \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ v & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ X' \end{bmatrix}$$

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！



両方の座標系 $B(t, x)$ と $A(x', t')$ の間の 物理関係式は対称で同一形式である。

ここで新たに関係式 $\{x' = x'; x = -x;\}$ を導入してを変数 (x, x') で書き直す。

座標系Aの観察者から見ると、
座標系Bは x' 軸のプラスの
方向に遠ざかっている。

通常の教科書で解説されているローレンツ変換式 (特殊相対性理論の基本変換式)

座標系Bの観察者から見ると、
座標系Aは x 軸のマイナスの
方向に遠ざかっている。

$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \begin{bmatrix} 1 & v/c^2 \\ v & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

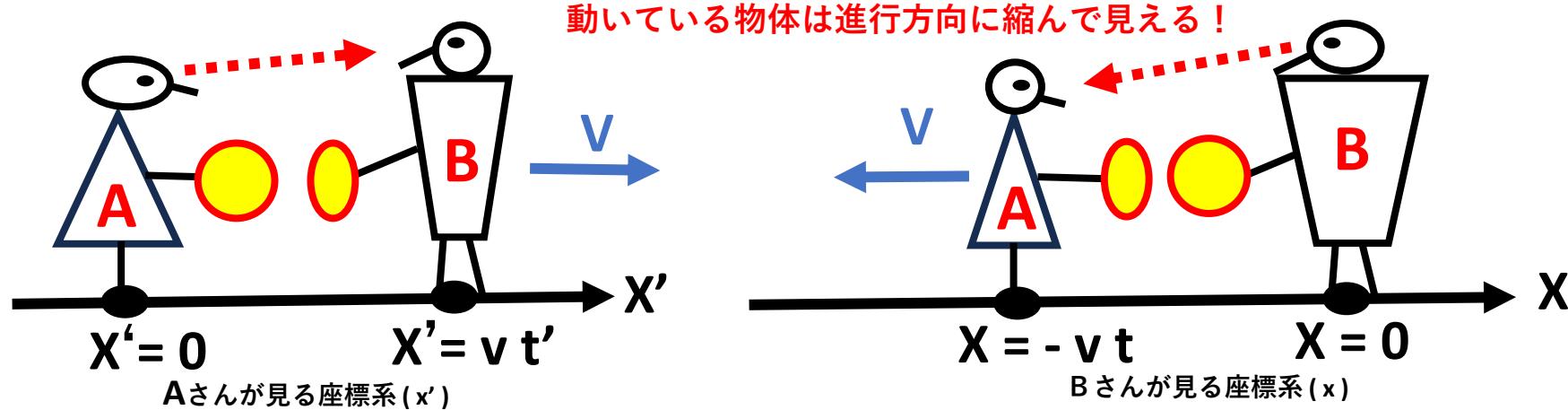
(9)

$$\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ -v & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

(10)

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！



● 座標系Aに静止している棒の長さ(L_1')は、男性(B)には短く長さ(L_1)に見える？

$$\frac{L_1}{L_2'} \sqrt{1 - v^2/c^2} <$$

1: 座標系Aの女性(A)から見ると、座標系Bの男性(B)は、 x' 軸のプラス方向に縮んで見える。

通常の教科書で解説されているローレンツ変換式(特殊相対性理論の基本変換式)

座標系Bの男性(B)から見ると、座標系Aの女性(A)は、 x 軸のマイナス方向に縮んで見える。

$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \begin{bmatrix} 1 & v/c^2 \\ v & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

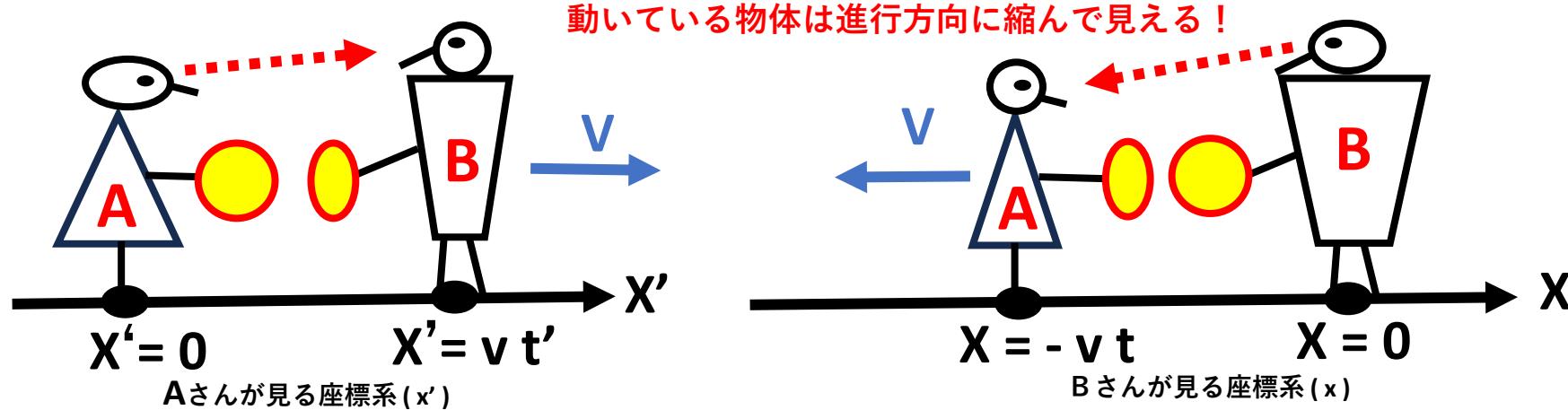
⑨

$$\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ -v & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

⑩

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！



● 座標系Bに静止している棒の長さ(L_2)は女性(A)には短く長さ(L_2')に見える？

$$L_2' / L_2 = \sqrt{1 - v^2 / c^2} < 1;$$

座標系Aの女性(A)から見ると、座標系Bの男性(B)は、 x' 軸のプラス方向に縮んで見える。

通常の教科書で解説されているローレンツ変換式(特殊相対性理論の基本変換式)

座標系Bの男性(B)から見ると、座標系Aの女性(A)は、 x 軸のマイナス方向に縮んで見える。

$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \begin{bmatrix} 1 & v / c^2 \\ v & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & v / c^2 \\ v & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

(9)

$$\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \begin{bmatrix} 1 & -v / c^2 \\ -v & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

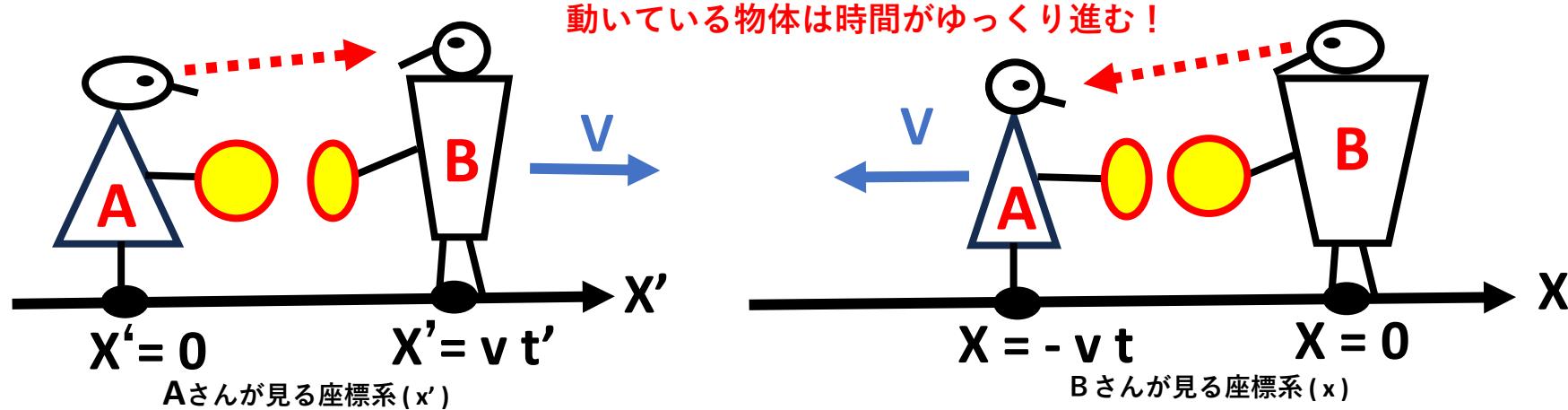
$$\begin{bmatrix} 1 & -v / c^2 \\ -v & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

(10)

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！



●座標系Aの女性(A)には 動いている座標系(B)の時間 (T_1) はゆっくり進んで見える。

$$T_1 / T_1' = \sqrt{1 - v^2 / c^2} < 1;$$

座標系Aの女性(A)から見ると、座標系Bの男性(B)の時間(t)は、ゆっくり進んでいる様に見える。

$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & v / c^2 \\ v & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

(9)

通常の教科書で解説されているローレンツ変換式(特殊相対性理論の基本変換式)

座標系Bの男性(B)から見ると、座標系Aの女性(A)の時間(t')は、ゆっくり進んでいる様に見える。

$$\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

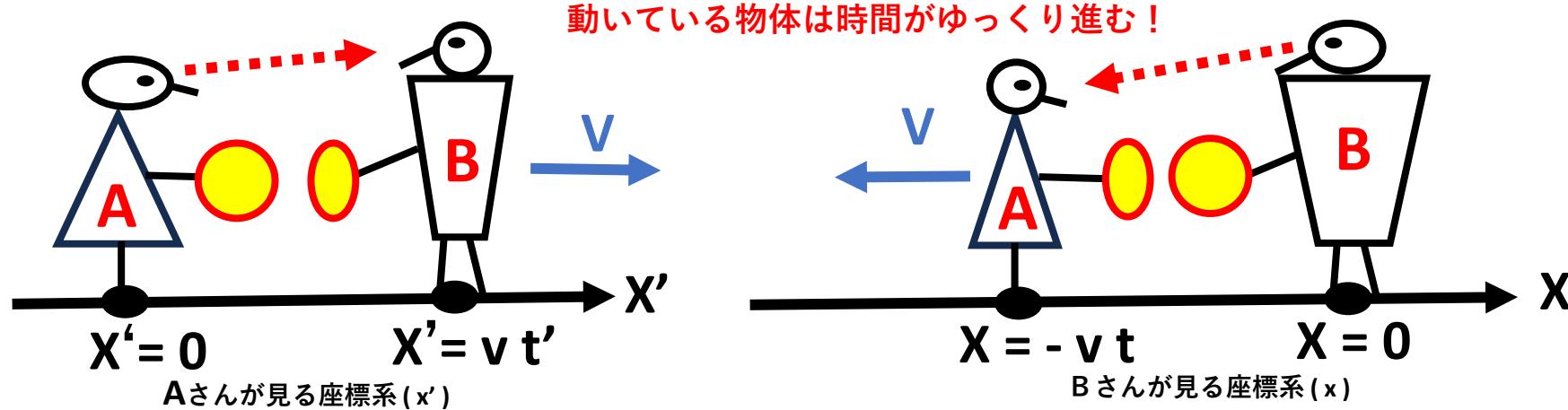
$$\begin{bmatrix} 1 & -v / c^2 \\ -v & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

(10)

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！



●座標系Bの男性(B)には動いている座標系(A)の時間(T_2')はゆっくり進んで見える。

$$T_2'/T_2 = \sqrt{1 - v^2/c^2} < 1;$$

座標系Aの女性(A)から見ると、座標系Bの男性(B)の時間(t)は、ゆっくり進んでいる様に見える。

$$\begin{bmatrix} t' \\ X' \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

1	v/c^2
v	1

t
X

(9)

座標系Bの男性(B)から見ると、座標系Aの女性(A)の時間(t')は、ゆっくり進んでいる様に見える。

$$\begin{bmatrix} t \\ X \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

1	$-v/c^2$
$-v$	1

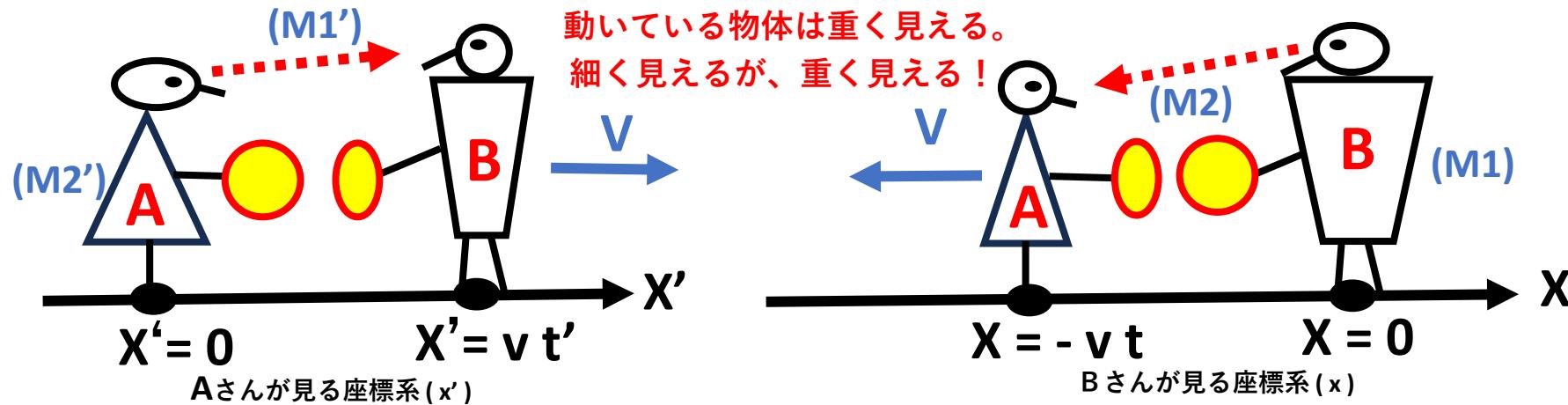
t'
X'

(10)

通常の教科書で解説されているローレンツ変換式(特殊相対性理論の基本変換式)

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！



●座標系Aの女性(A)には 動いている座標系(B)の男性の体重(M1')は重く見える。

$$M1 / M1' = \sqrt{1 - v^2 / c^2} < 1 ;$$

座標系Aの女性(A)から見ると、
座標系Bの男性(B)の体重(M1')は、
男性(B)が動くと重く見える。

通常の教科書で解説されているローレンツ変換式(特殊相対性理論の基本変換式)

座標系Bの男性(B)から見ると、
座標系Aの女性(A)の体重(M2)は、
女性(A)が動くと重く見える。

$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \begin{bmatrix} 1 & v / c^2 \\ v & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & v / c^2 \\ v & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

⑨

$$\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \begin{bmatrix} 1 & -v / c^2 \\ -v & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

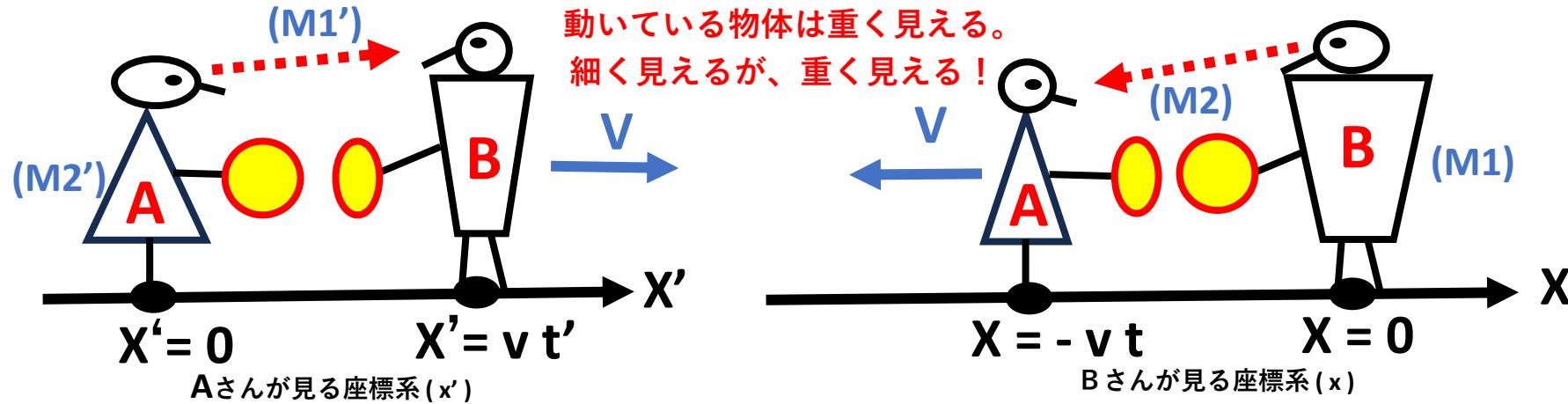
$$\begin{bmatrix} 1 & -v / c^2 \\ -v & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

⑩

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！



●座標系Bの男性(B)には動いている座標系(A)の女性の体重(M2)は重く見える。

$$M2'/M2 = \sqrt{1 - v^2/c^2} < 1;$$

座標系Aの女性(A)から見ると、
座標系Bの男性(B)の体重(M1')は、
男性(B)が動くと重く見える。

$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & v/c^2 \\ v & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix}$$

(9)

通常の教科書で解説されているローレンツ変換式(特殊相対性理論の基本変換式)

座標系Bの男性(B)から見ると、
座標系Aの女性(A)の体重(M2)は、
女性(A)が動くと重く見える。

$$\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

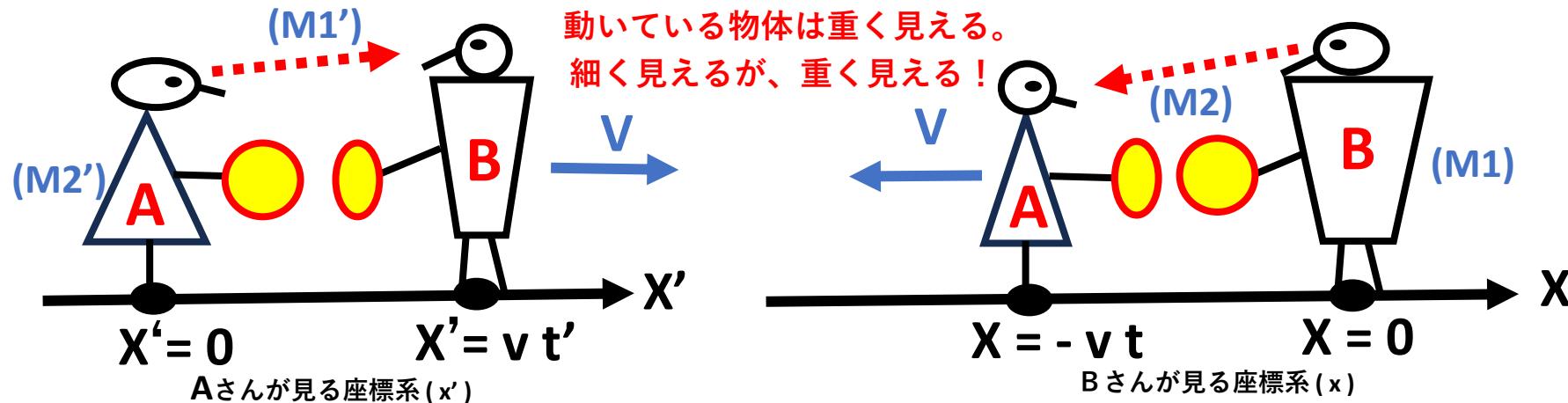
$$\begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ -v & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \end{bmatrix}$$

(10)

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！



●静止している時の物体の重さを M_0 とし、動いている時の重さを M とする。

$$M_0/M = \sqrt{1 - v^2/c^2} < 1;$$

$$M_0^2 c^4 = M^2 c^4 - M^2 v^2 c^4;$$

$$\begin{bmatrix} t' \\ X' \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

1	v/c^2
v	1

t
X

(9)

静止エネルギー: $E_0 = M_0 c^2;$

運動エネルギー: $P = M v^2;$

$$\begin{bmatrix} t \\ X \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

1	$-v/c^2$
$-v$	1

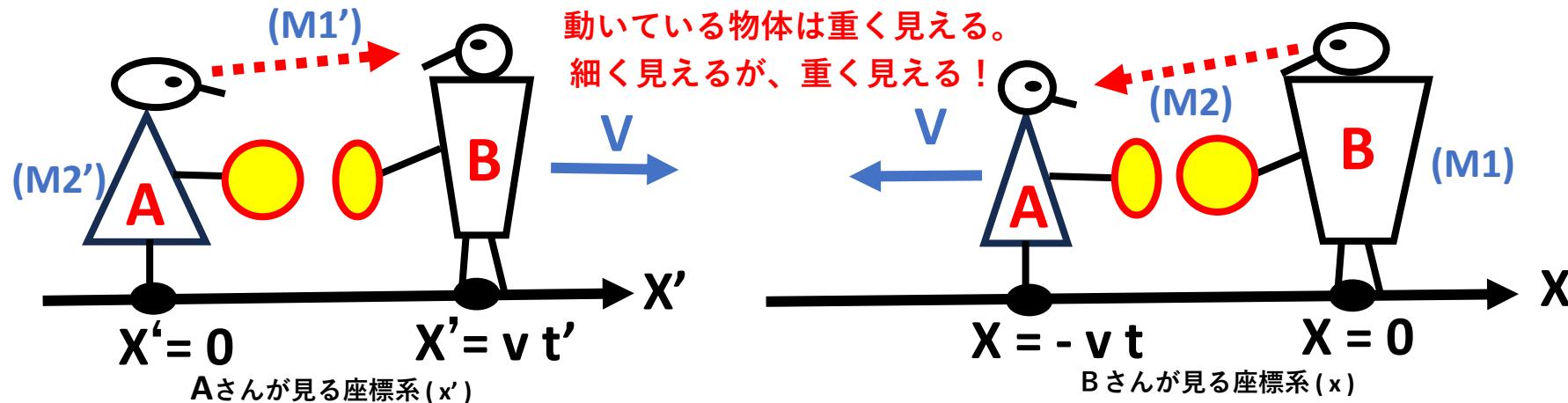
t'
X'

(10)

通常の教科書で解説されているローレンツ変換式(特殊相対性理論の基本変換式)

半導体を支える基礎数学

1.04 特殊相対性理論の挑戦してみよう！



●静止している時の物体の重さを M_0 とし、動いている時の重さを M とする。

$$E^2 = M^2 c^4 = E_0^2 + P^2 c^2 ;$$

$$M_0^2 c^4 = M^2 c^4 - M^2 v^2 c^4 ;$$

$$\frac{t'}{X'} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

1	v/c^2
v	1

t
X

(9)

静止エネルギー: $E_0 = M_0 c^2 ;$

運動エネルギー: $P = M v^2 ;$

$$\frac{t}{X} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

1	$-v/c^2$
$-v$	1

t'
X'

(10)

通常の教科書で解説されているローレンツ変換式(特殊相対性理論の基本変換式)

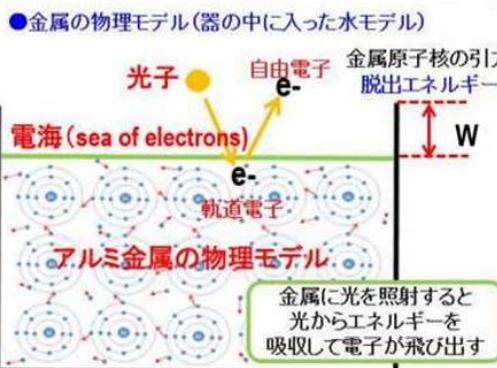
半導体を支える基礎数学

1.05 特殊相対性理論を使って、電子の質量を求めよう！

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \left(\frac{h}{m_e c} \right) (1 - \cos(\theta))$$

光が電子とぶつからない時は
 $\theta=0$ で光は直進し波長の変化はない。

光の速度 $C = 2.99792458 \times 10^{10} \text{ cm/sec}$
Plank 定数 $h = 6.62606957 \times 10^{-34} \text{ Joule}\cdot\text{sec}$
電子の質量 $m_e = 9.10938291 \times 10^{-31} \text{ kg}$

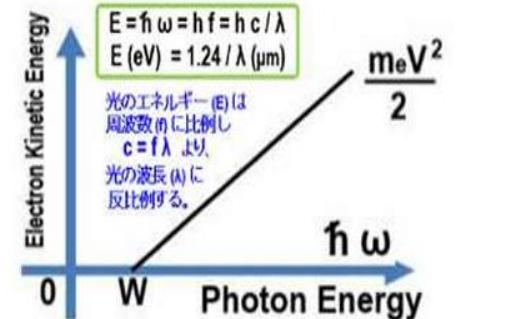


光が電子とぶつからない時は
 $\theta=0$ で光は直進し波長の変化はない。

光の速度 $C = 2.99792458 \times 10^{10} \text{ cm/sec}$

Plank 定数 $h = 6.62606957 \times 10^{-34} \text{ Joule}\cdot\text{sec}$

電子の質量 $m_e = 9.10938291 \times 10^{-31} \text{ kg}$



Work Function (W) の値から金属の種類が判明する。

●静止している時の物体の重さを M_0 とし、動いている時の重さを M とする。

$$E^2 = M^2 c^4 = E_0^2 + P^2 c^2 ;$$

$$E_0^2 = E^2 - P^2 c^2 ;$$

$$\begin{bmatrix} t' \\ X' \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

1	v/c^2
v	1

t
X

⑨

静止エネルギー: $E_0 = M_0 c^2$;

運動エネルギー: $P = M v^2$;

$$\begin{bmatrix} t \\ X \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

1	$-v/c^2$
$-v$	1

t'
X'

⑩

通常の教科書で解説されているローレンツ変換式 (特殊相対性理論の基本変換式)

半導体を支える基礎数学

1.05 特殊相対性理論を使って、電子の質量を求めよう！

ローレンツ変換不変物理量とは？

$\{ \Delta^2 = (ct)^2 - X^2 ; (\Delta')^2 = (ct')^2 - (X')^2 ; \}$ とすると、
ローレンツ変換下では常に $\{ \Delta^2 = (\Delta')^2 ; \}$ となる。

●静止している時の物体の重さを M_0 とし、動いている時の重さを M とする。

$$E^2 = M^2 c^4 = E_0^2 + P^2 c^2 ;$$

$$E_0^2 = E^2 - P^2 c^2 ;$$

$$\begin{bmatrix} t' \\ X' \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & v/c^2 \\ v & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} t \\ X \end{bmatrix}$$

(9)

静止エネルギー: $E_0 = M_0 c^2$;

$$\begin{bmatrix} t \\ X \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -v/c^2 \\ -v & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} t' \\ X' \end{bmatrix}$$

(10)

運動エネルギー: $P = M v^2$;

通常の教科書で解説されているローレンツ変換式(特殊相対性理論の基本変換式)

半導体を支える基礎数学

1.05 特殊相対性理論を使って、電子の質量を求めて見よう！

ローレンツ変換不変物理量とは？

$\{ \Delta^2 = (ct)^2 - X^2 ; (\Delta')^2 = (ct')^2 - (X')^2 ; \}$ とすると、
ローレンツ変換下では常に $\{ \Delta^2 = (\Delta')^2 ; \}$ となる。

●静止している時の物体の重さを M_0 とし、動いている時の重さを M とする。

$$E^2 = M^2 c^4 = E_0^2 + P^2 c^2 ;$$

$$E_0^2 = E^2 - P^2 c^2 ;$$

$$\frac{ct'}{X'} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

1	v/c
v/c	1

ct	
x	

通常の教科書で解説されているローレンツ変換式(特殊相対性理論の基本変換式)

静止エネルギー: $E_0 = M_0 c^2 ;$

運動エネルギー: $P = M v^2 ;$

$$\frac{ct}{X} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

1	$-v/c$
$-v/c$	1

ct'	
x'	

半導体を支える基礎数学

1.05 特殊相対性理論を使って、電子の質量を求めて見よう！

ローレンツ変換不変物理量とは？

$\{ \Delta^2 = (ct)^2 - X^2 ; (\Delta')^2 = (ct')^2 - (X')^2 ; \}$ とすると、
ローレンツ変換下では常に $\{ \Delta^2 = (\Delta')^2 ; \}$ となる。

●静止している時の物体の重さを M_0 とし、動いている時の重さを M とする。

$$E^2 = M^2 c^4 = E_0^2 + P^2 c^2 ;$$

$$E_0^2 = E^2 - P^2 c^2 ;$$

$$\begin{bmatrix} t' \\ X' \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

1	v/c^2
v	1
m	p

通常の教科書で解説されているローレンツ変換式(特殊相対性理論の基本変換式)

静止エネルギー: $E_0 = M_0 c^2 ;$

運動エネルギー: $P = M v^2 ;$

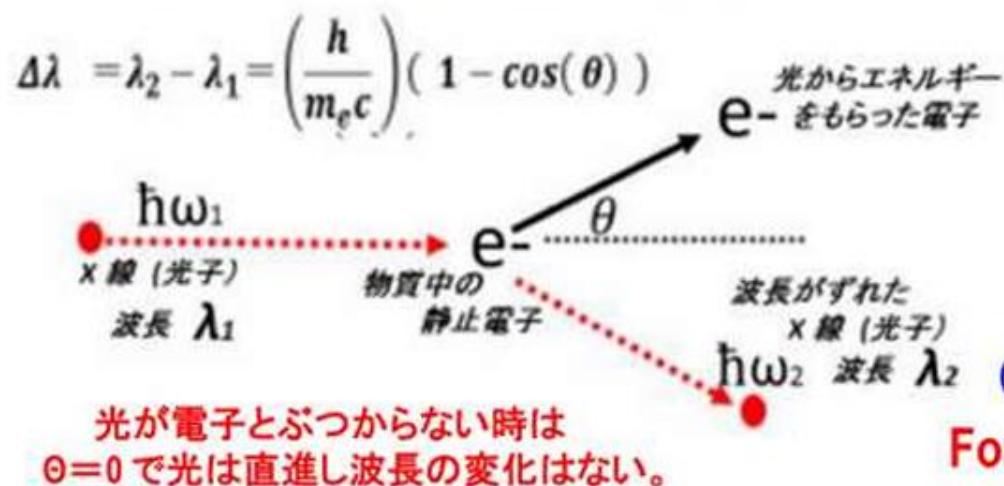
$$\begin{bmatrix} t \\ X \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

1	$-v/c^2$
$-v$	1
m'	P'

●光は波でもあり、また粒子(光子)でもある (Albert Einstein 1900)

●玉突きと同じ古典物理モデルで記述できる。

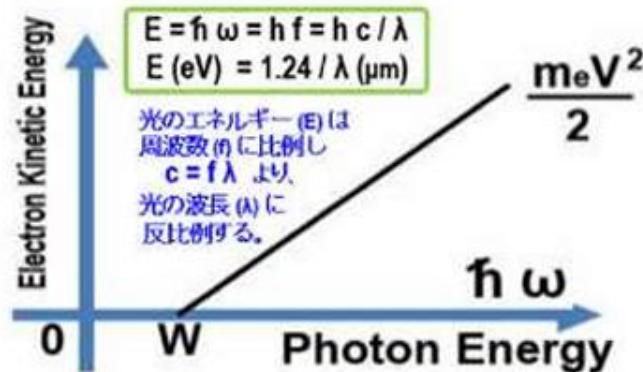
●反射光の角度と波長の関係から電子の質量が求まる！



光の速度 $C = 2.99792458 \times 10^{10} \text{ cm/sec}$

Plank 定数 $h = 6.62606957 \times 10^{-34} \text{ Joule}\cdot\text{sec}$

電子の質量 $m_e = 9.10938291 \times 10^{-31} \text{ kg}$



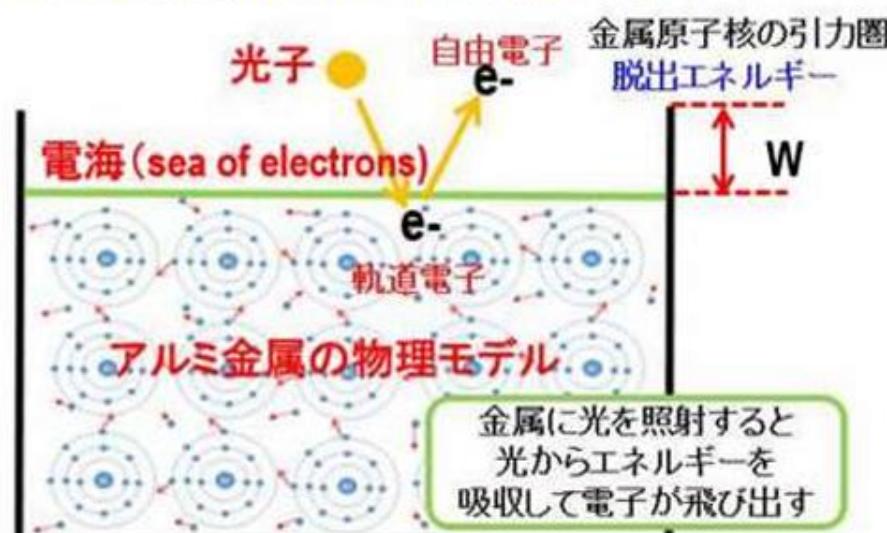
Work Function (W)の値から金属の種類が判明する。



(脱出エネルギー) = 半導体のEnergy Gap

For Silicon, $E_G = 1.10 \text{ eV}$ and $\lambda = 1.12 \mu\text{m}$

●金属の物理モデル(器の中に入った水モデル)





イメージセンサ (賢い電子の目)

AIPS (NPPO) 代表

半導体産業人協会 教育委員会 運営委員長

元 崇城大学 情報学部 情報学科 教授

カリフォルニア工科大学 客員教授

群馬大学 客員教授

神奈川工科大学 講師

ソニー(株) 半導体技術企画室長

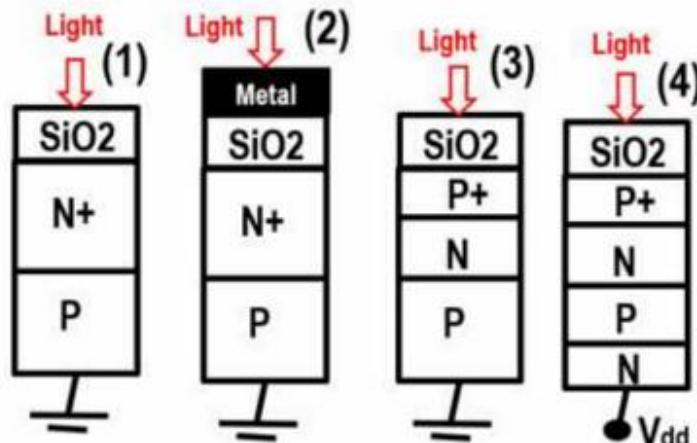
工博 IEEE Life フェロー 萩原良昭



目次

1. イメージセンサとは
2. イメージセンサの歴史と市場動向
3. イメージセンサの基本構造
4. イメージセンサの動作原理
5. 賢いイメージセンサとは？

●イメージセンサーのいろいろな特徴



●イメージセンサーは感度が命



1. イメージセンサとは



Image Sensor Size

1/3.2"



14.5mm²

1/2.3"



29.1mm²

1.0"



116.2mm²

APS-C



372.9mm²

Full-size



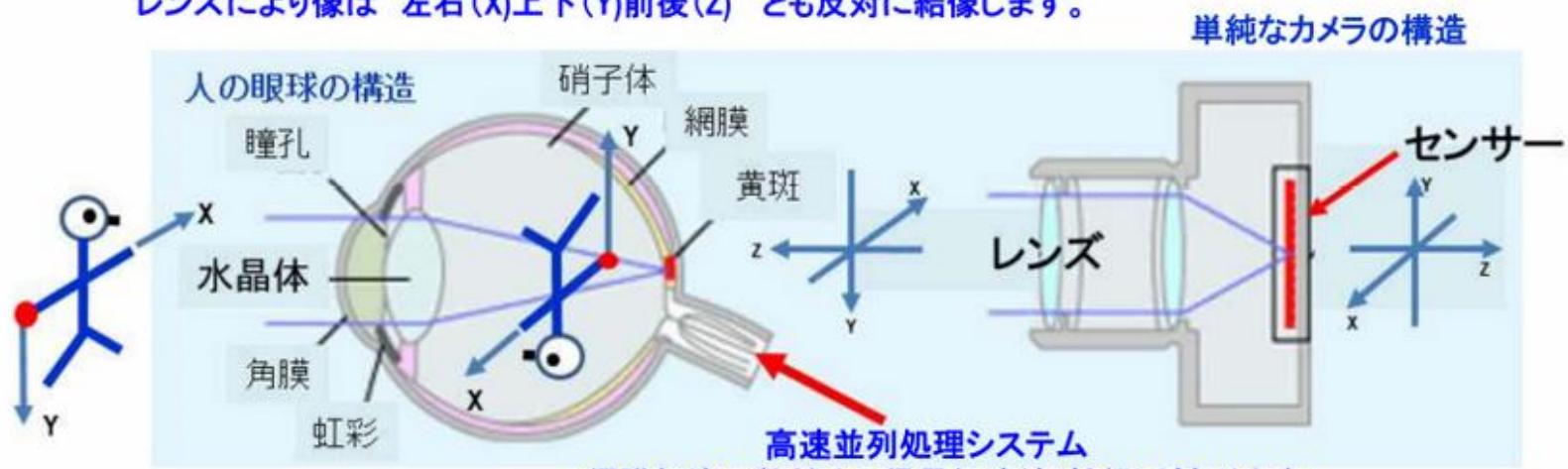
864mm²



1. イメージセンサとは

- レンズからの光を電気信号に変換する半導体(撮像素子)：例 人間の目の網膜
- その性能(感度と解像度)がデジタルカメラの画質を左右

レンズにより像は 左右(X)上下(Y)前後(Z) とも反対に結像します。

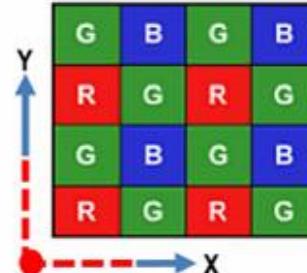


- ・フォトセンサと呼ばれる小さな素子を多数、平面状の2次元行列に配置
- ・光の像を検知し、それを電気信号に変換
- ・変換した電気信号の取り扱い方法が2種類: CCDとCMOSイメージセンサ

CCD : Charge Coupled Device (電荷結合素子)

MOS: Metal Oxide Semiconductor (金属・酸化膜・半導体)

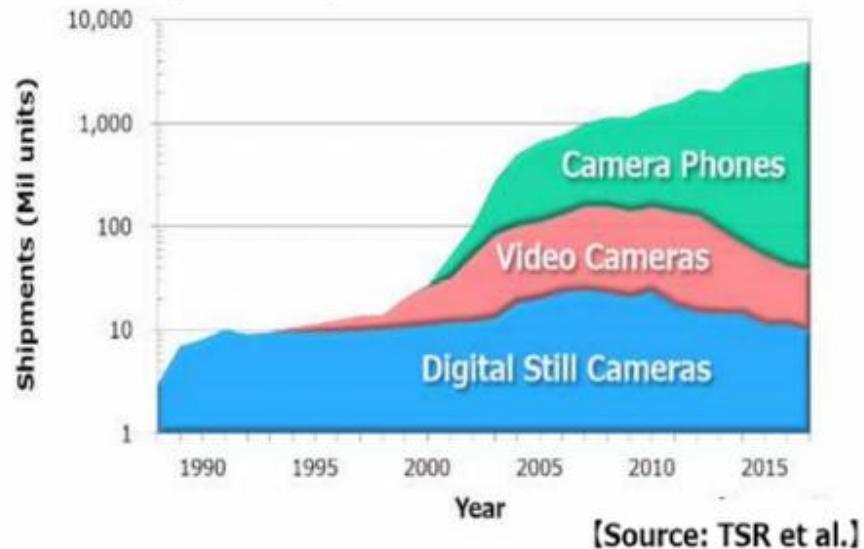
色の識別はカラーフィルターをチップの上に置き、
それぞれの色の光を電気信号に変換します。



原色RGBフィルターの2次元配列の場合

2. イメージセンサの歴史と市場動向

History & Prospects of Camera Products



●世界のCMOSイメージセンサ市場

2017年 1.3兆円 前年比 +19% (出典 Insights)

2019年 SONY の半導体売上高が国内 TOP となる。
イメージセンサの売上高が大きく貢献。

●SONY のCMOSイメージセンサ市場シェア

世界シェア 50 %以上、世界のスマフォの約 60 %、
世界のデジカメの約 80 %のシェアを SONY が持つ。

●国内半導体15社の2019年度売上高は前年比3%減の5.1兆円の規模に。

2018年 CIS* 2兆円市場用途別シェア

用途	シェア	前年比
モバイル向け	66.4%	12%
コンピュータ向け	8.2%	-7%
コンシューマ向け	7.8%	3%
セキュリティ向け	6.4%	20%
車載向け	6.3%	27%
産業向け	4.4%	17%
医療向け	0.6%	20%

国内半導体メーカーの売上高 単位:億円

国内メーカー	2019年度	2018年度
ソニー	10,400	8,793
キオクシア	9,700	12,639
ルネサス	...	7,050
シャープ	...	4,990
ローム	3,900	3,989
東芝	3,430	3,549
日亜化学	3,100	2,914
三菱電機	1,850	1,700

出典:マイナビニュース

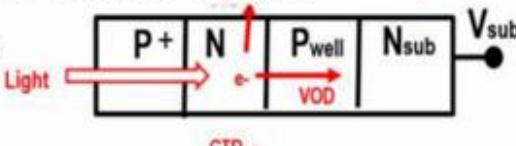
2. イメージセンサの歴史と市場動向

1969年: CCDはベル研究所で発明 残像のないCCD型受光素子と同時に、clock 雜音のないCCD型電荷転送装置を実現

1972年: 国内でCCD構造の半導体で文字の撮影に成功

8 * 8 = 64画素で「S」の字を表示 →

●P+NPNsub 接合型HAD受光素子 (JAP 1975-134985)



萩原(1975) 基板(Nsub)にP+NP接合を形成する。



1978年: P+NP接合のDynamic Photo Transistor (PPD)型受光素子の開発に成功。FT方式CCDに採用してSSDM1978で発表。残像のない、超感度 CCD カメラの商品化の動きが本格化。

1980年4月: Sony は CCD/MOS 容量型受光素子を採用した 2chip ILT方式CCD カメラの商品化。全日空ジャンボ機に搭載

1980年7月: 世界初のOne Chip CCD video camera 発表

光超感度の要因は独自考案のP+NP接合型の Dynamic Photo Transistor 型 受光素子(PPD)の採用



1982年 残像のあるPNP接合BPDをILT方式 CCDを開発(NEC)

1984年 残像のないP+NP接合PPDをILT方式CCDを開発(KODAK)

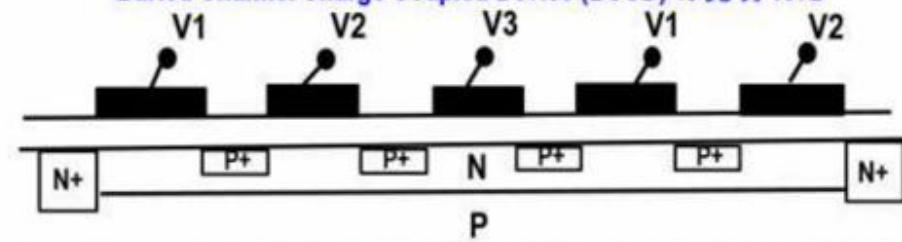
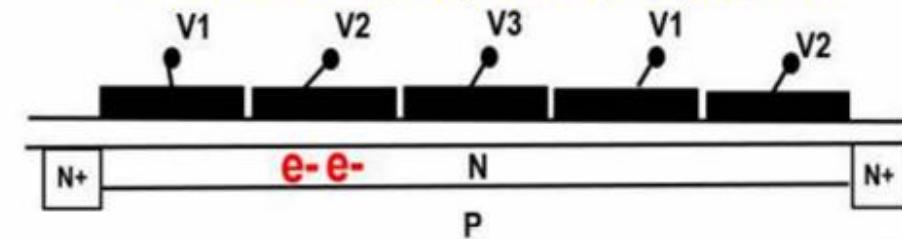
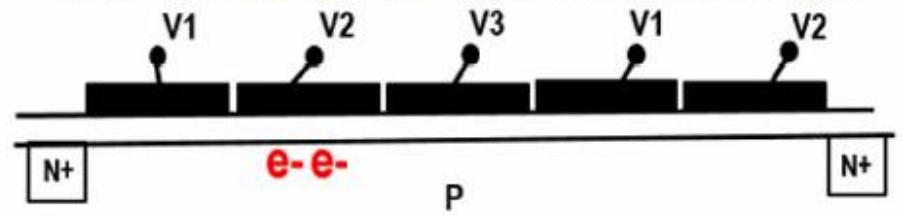
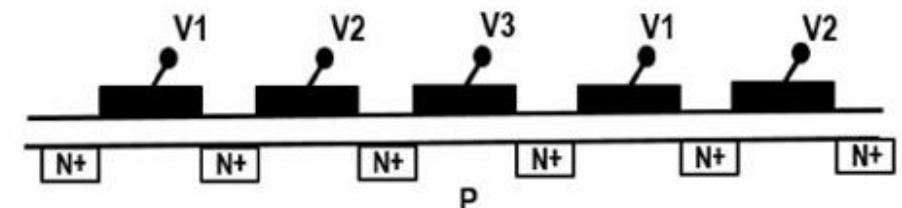
1987年 P+NPN 接合の電子shutter 機能付きHADを ILT方式CCD カメラを開発(SONY)

2020年: 撮像・演算 1 チップ化 & 3次元
集積回路の実現:自動運転に応用 →



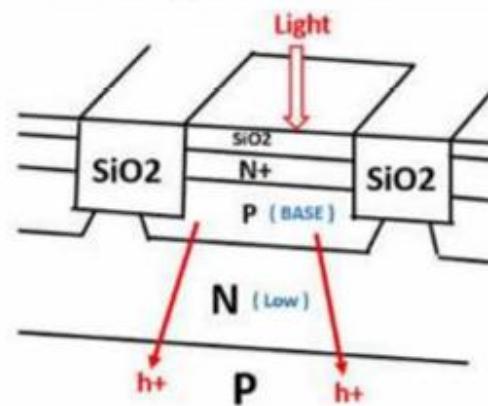
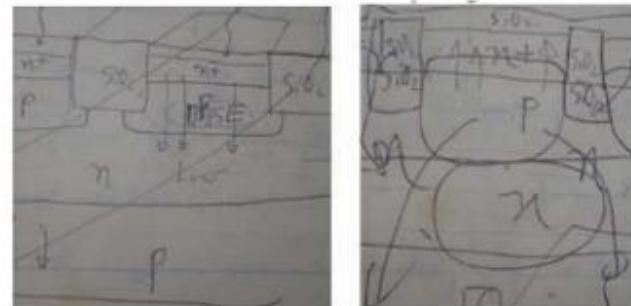
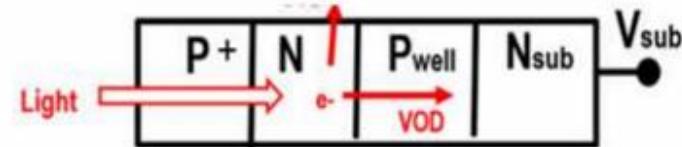
出典:テスラ

2. イメージセンサの歴史と市場動向



●P+NPNsub 接合型HAD受光素子 (JAP 1975-134985)

萩原(1975) 基板(Nsub)にP+NP接合を形成する。



2. イメージセンサの歴史と市場動向

●イメージセンサーの開発背景(感度が命)

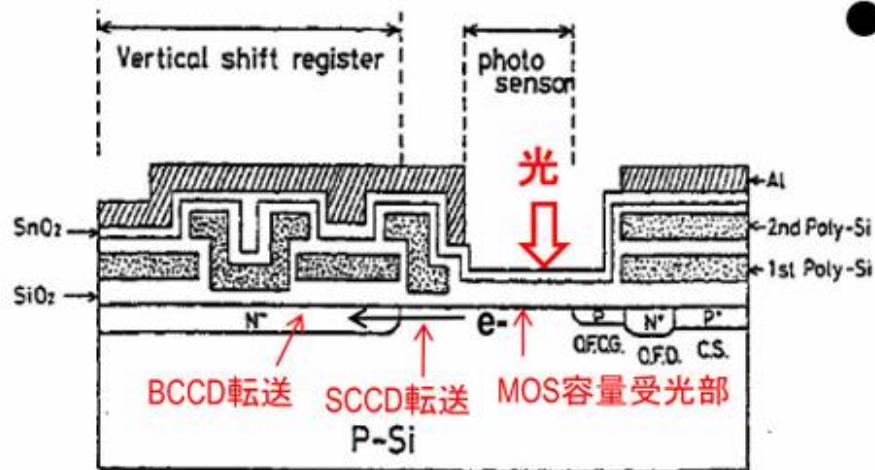
全日空ジャンボ機に2チップ構成カラーカメラとしてソニーが商品化
ジャンボ機の離着時のもようを機内スクリーンに映し出す

XC-1 1980
Two-Chip Color Video Camera

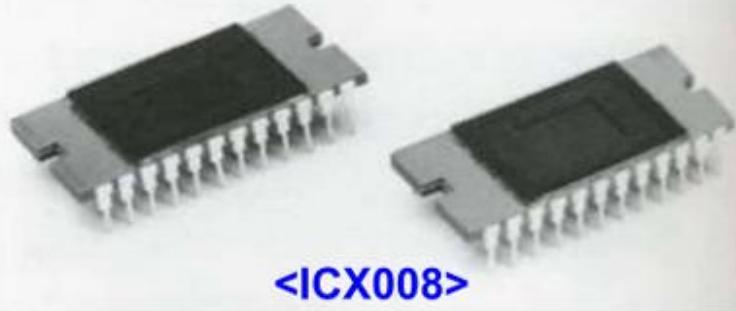


all solid state = robustness

ジャンボ機の
コックピットに搭載



●CCD/MOS容量型 Dynamic Photo Capacitor を採用して完全電荷転送を実現して残像のない。高速撮影が可能な映像を実現した



<ICX008>

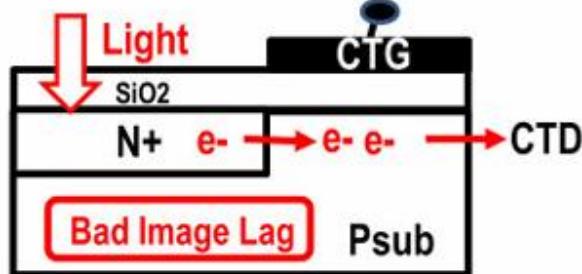
MOS 容量で受光して CCD 転送で 残像のない映像を実現した。

発明協会の公式WEBにも掲載

3. イメージセンサの基本構造

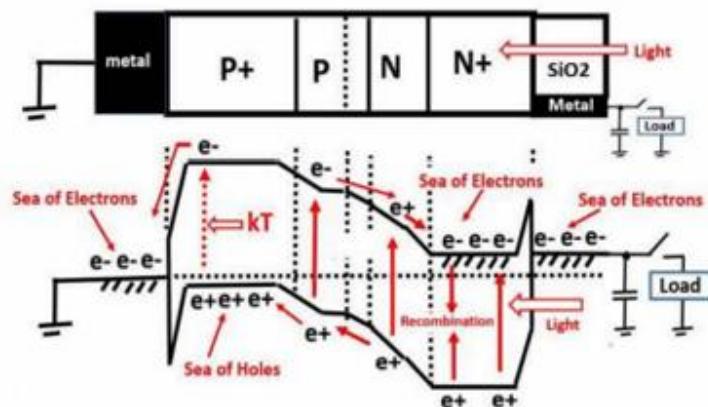
いろいろな受光素子構造

(1) N+P junction Photodiode in 1960s

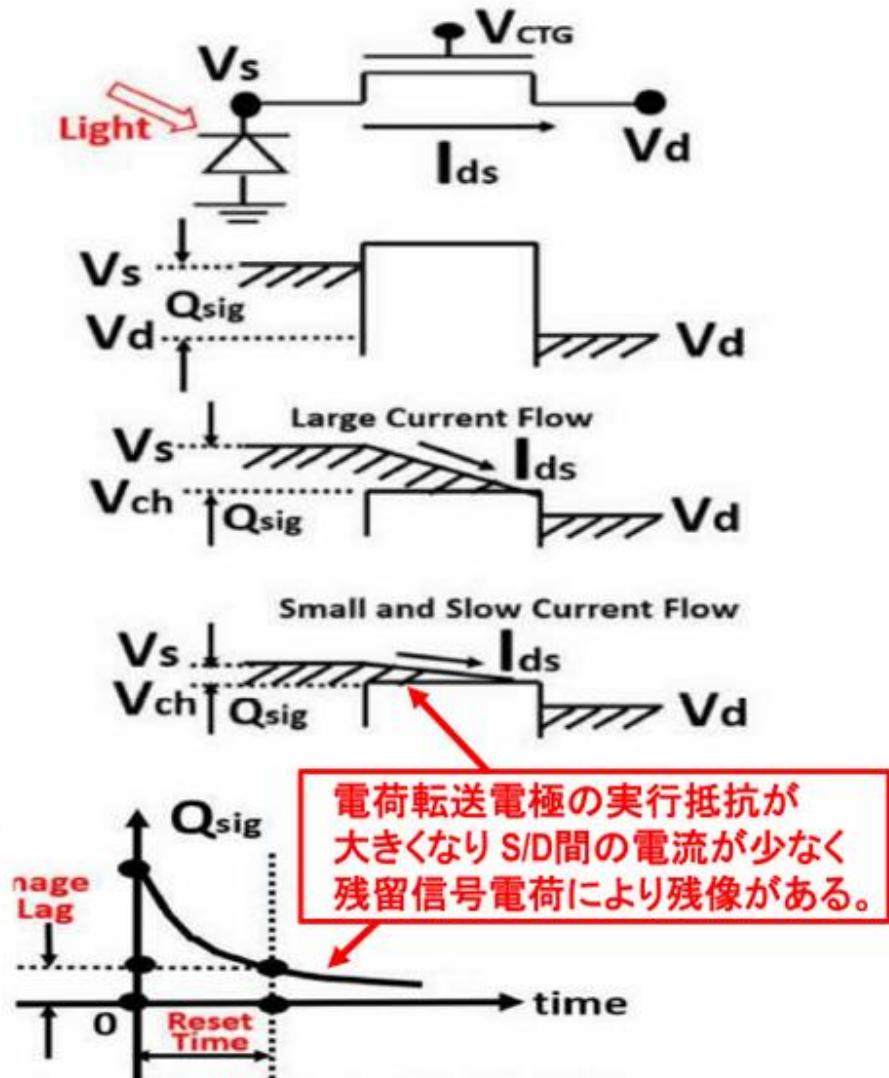


もうひとつの欠点

短波長青色光は空乏層に届かない



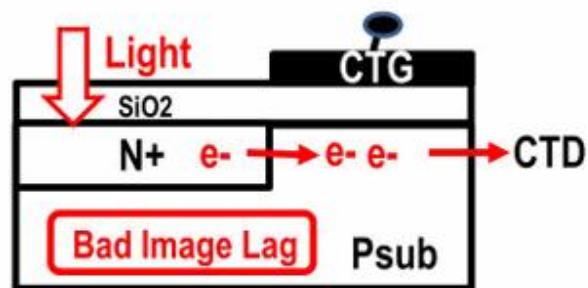
Single 接合 N+P 型 太陽電池は
量子効率が悪い～20%程度



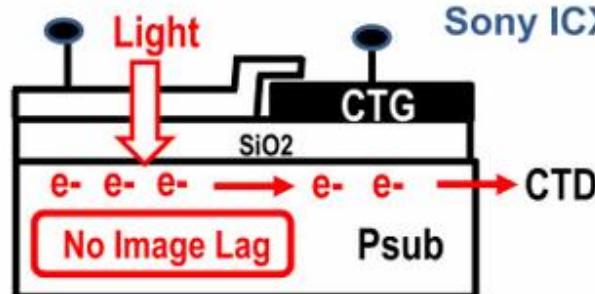
3. イメージセンサの基本構造

いろいろな受光素子構造

(1) N+P junction Photodiode
in 1960s



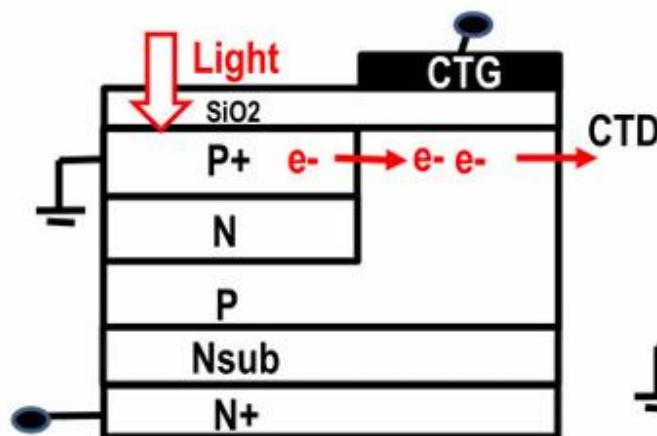
(2) Transparent Electrode CCD/MOS Photo Capacitor (1980)



Sony ICX-008 CCD chips (1980)

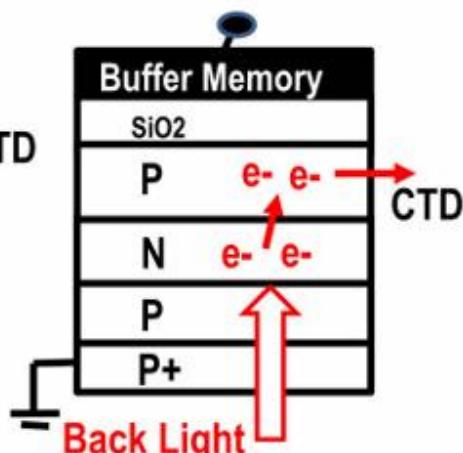


(3) P+NPNsub 接合型 Photodiode
Hole Accumulation Diode (HAD)



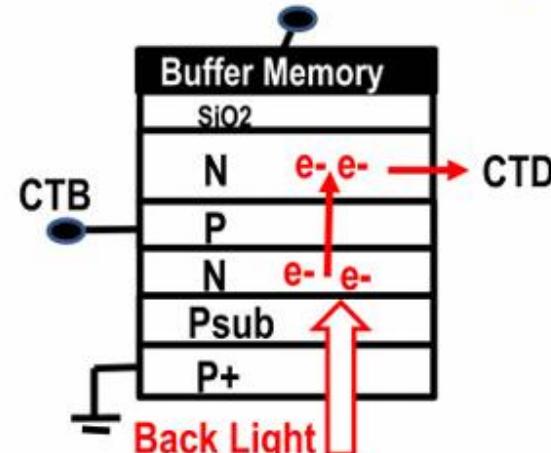
VOD JAP 1975-134985

(4) P+PNP 接合型 Photodiode
Global Shutter Buffer MOS Memory



JAP 1975-127647

(5) P+PNPN接合型 Photodiode
Global Shutter Buffer MOS Memory



JAP 1975-127646

4. イメージセンサの動作原理

- P+NPNsub 接合型HAD受光素子 (JAP 1975-134985)

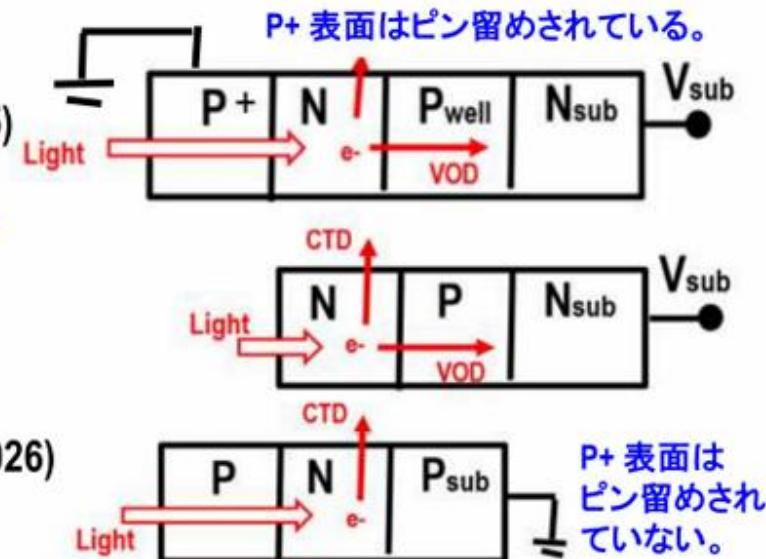
萩原(1975) 基板(Nsub)にP+NP接合を形成する。

- NPNsub 接合型VOD受光素子 (JAP 1978-1971)

山田(1978) 基板(Nsub)にNP接合を形成する。

- PNPsub 接合型埋込み型受光素子 (JAP 1980-138026)

寺西(1980) 基板(Psub)にPN接合を形成する。



Comparison of Various Light Detecting Photo Sensor Structures

feature \ type	Classical N+Psub Photodiode	Surface Channel CCD	Buried Channel CCD	Yamada 1978 NPNsub	Teranishi 1980 PNPsub	Hagiwara 1975 PNPNsub
Blue Light Sensitivity	△	✗	✗	○	○	○
Low Image Lag	✗	○	○	✗	○	○
Surface Dark Current	○	✗	✗	✗	○	○
Surface Trap Noise	○	✗	○	✗	○	○
Vertical OFD (VOD)	✗	✗	✗	○	✗	○
Electrical Shutter	✗	✗	✗	✗	✗	○

3. イメージセンサの基本構造

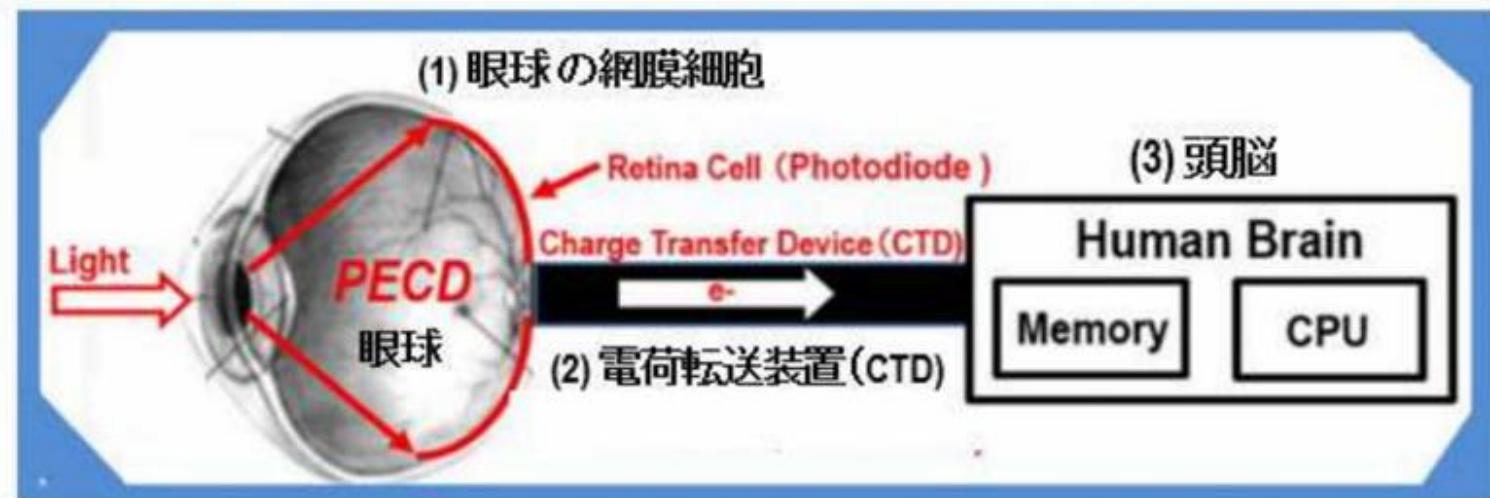
Image Sensorの基本構造は2つの重要な部分に分岐＆進化。

(1) 人間の目の網膜細胞に相当する、光を電気信号に変換する半導体受光素子。

- (A) N+P接合型 (光感度が悪く、青色感度不足し、残像がひどかった。)
- (B) P+NP型接合 (光感度良好、残像なし。しかし過剰照射光からの画像保護機能なし。)
- (C) P+NPNsub接合型 (別称HAD、光感度良好、残像なし、かつ過剰照射光保護機能あり。)

(2) 信号電荷を脳まで伝達する神経細胞の束に相当する、電荷転送装置 (CTD)

- (A) MOS型電荷転送装置 (配線容量雑音とClock雑音が大きかった。)
- (B) CCD型電荷転送装置 (配線容量雑音もClock雑音なし、しかし消費電力が大きい。)
- (C) CMOS型電荷転送装置 (配線容量雑音もClock雑音なし、消費電力も小さい。)



3. イメージセンサの基本構造

表面照射型(1)

光集率が悪い

表面照射型(2)

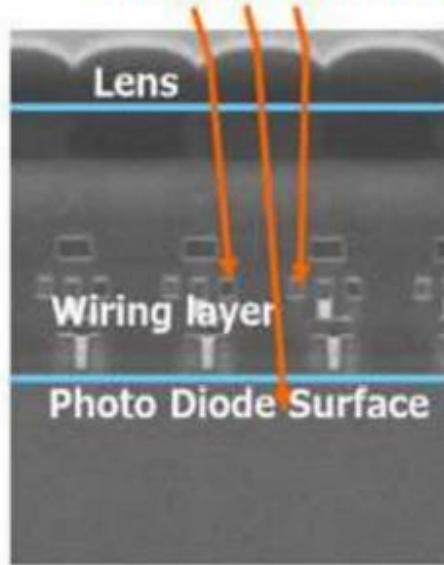
光集率の改善(光ガイド構造)

裏面照射型

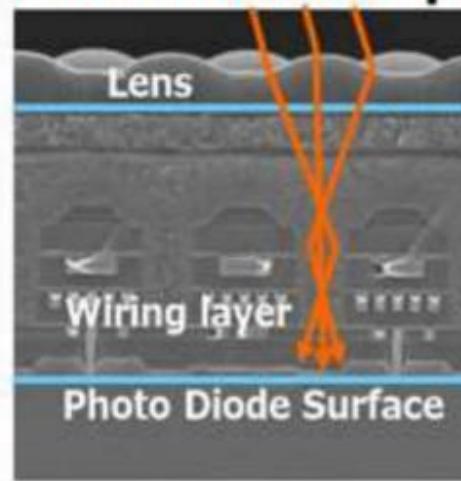
光集率の最適化(積層型集積回路の実現)

構造断面写真

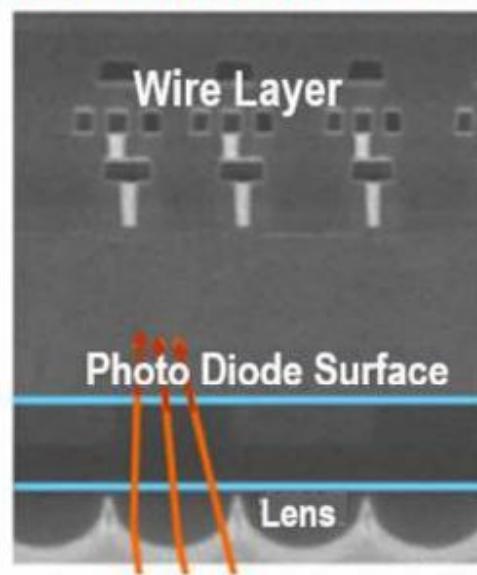
金属配線やトランジスタなどの回路が形成されている面を表面側と定義します。



表面照射型(1)



表面照射型(2)

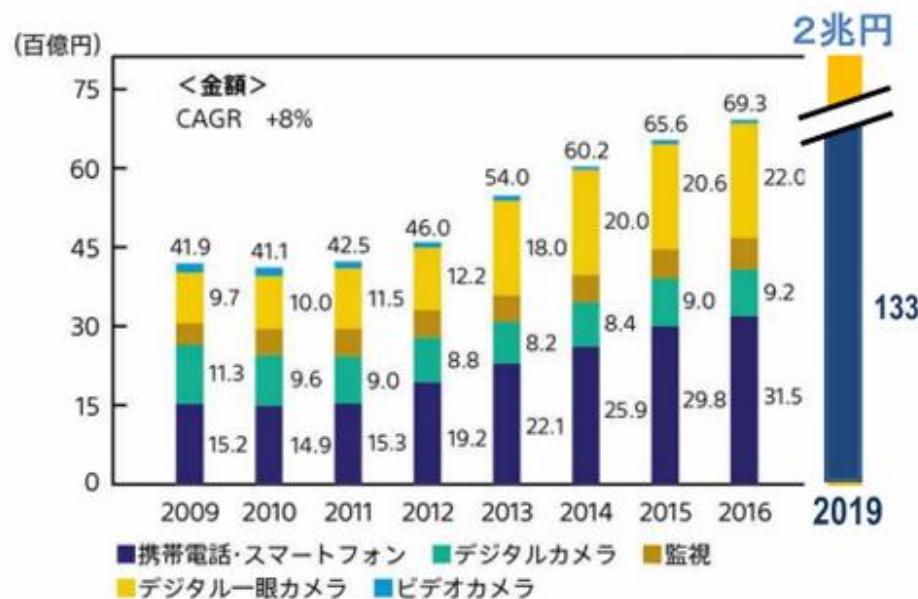


裏面照射型

2. イメージセンサの歴史と市場動向

CMOSイメージセンサ(CIS:CMOS Image Sensor)産業は、急速に変化している。

携帯電話機市場と自動車市場にけん引されて、CIS市場は2014年から2020年の間に年平均成長率(CAGR)10.6%で成長し、2020年には200億ドル(2兆円)規模へと成長。大きなビジネスチャンスが出現した応用分野は、自動車と医療機器、そして監視カメラといったところである。安全性を高める用途だけでなく、イメージングを「自動化」する用途に使われるためだ。



2018年のCIS2兆円市場用途別シェア

用途	シェア	前年比
モバイル向け	66.4%	12%
コンピュータ向け	8.2%	-7%
コンシューマ向け	7.8%	3%
セキュリティ向け	6.4%	20%
車載向け	6.3%	27%
産業向け	4.4%	17%
医療向け	0.6%	20%

2017年のCMOSイメージセンサ市場は前年比19%増の125億ドル規模に達した。(Insights調査報告)
2019年度のSONYのイメージセンサの売り上げは1兆円を超え、世界シェア50%以上に。

See <https://news.mynavi.jp/article/20190717-860632>

2. イメージセンサの歴史と市場動向

CMOSイメージセンサの製造企業

設計・製造技術の進化が CMOSイメージセンサの性能向上を推し進め、それにより CIS の応用事例にも 変化が生じている。スマートフォン が 小型カメラに取って代わり、そしてアクションカメラ が ビデオカメラに 取って代わってしまった。

2015年 ランク	2015年 シェア	2019年 ランク	2019年 シェア
(1) Sony	32%	(1) Sony	50%
(2) OmniVision	22%	(2)samsung	24%
(3) Samsung	19%	(3)OmniVision	14%
(4) Sharp	12%	(4)STMicoro	6%
(5) SK Hynix	8%	(5)Panasonic	1%
Others	7%	Others	5%
売上高合計	100% 62.5億 \$	売上高合計	100% 200億 \$



See <https://news.mynavi.jp/article/20190717-860632>

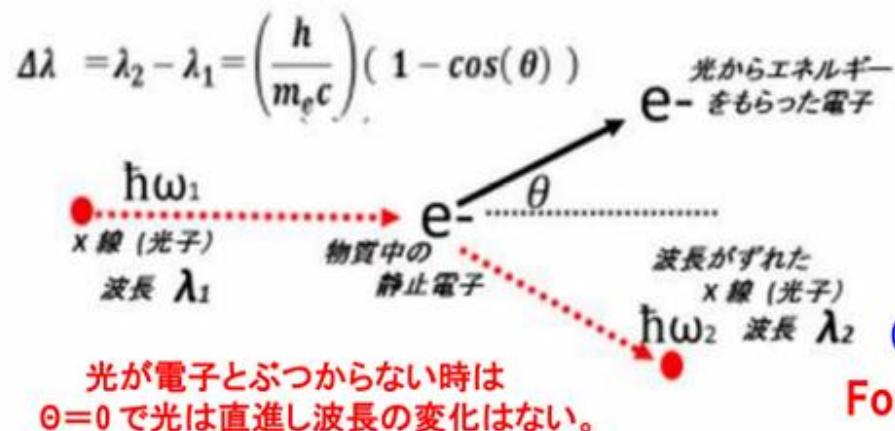
出典:イーサプライ

2017年のCMOSイメージセンサ市場は前年比19%増の125億ドル規模に達した。(Insights調査報告)
2019年度のSONYのイメージセンサの売り上げは1兆円を超え、世界シェア 50% 以上に。

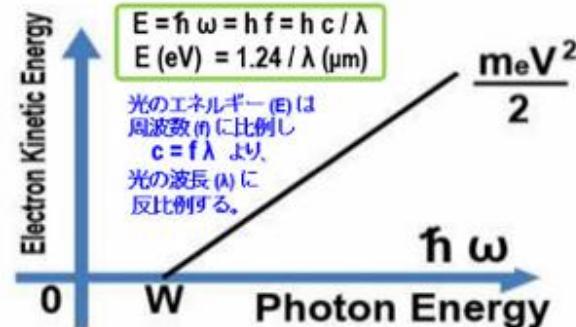
4. イメージセンサの動作原理

●光は波でもあり、また粒子(光子)でもある (Albert Einstein 1900)

- 玉突きと同じ古典物理モデルで記述できる。
- 反射光の角度と波長の関係から電子の質量が求まる！



光の速度 $C = 2.99792458 \times 10^{10} \text{ cm/sec}$
Plank 定数 $\hbar = 6.62606957 \times 10^{-34} \text{ Joule}\cdot\text{sec}$
電子の質量 $m_e = 9.10938291 \times 10^{-31} \text{ kg}$



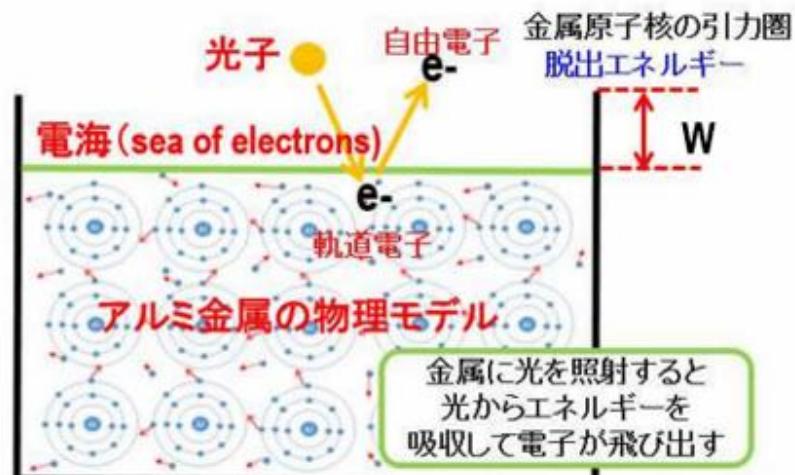
Work Function (W)の値から金属の種類が判明する。



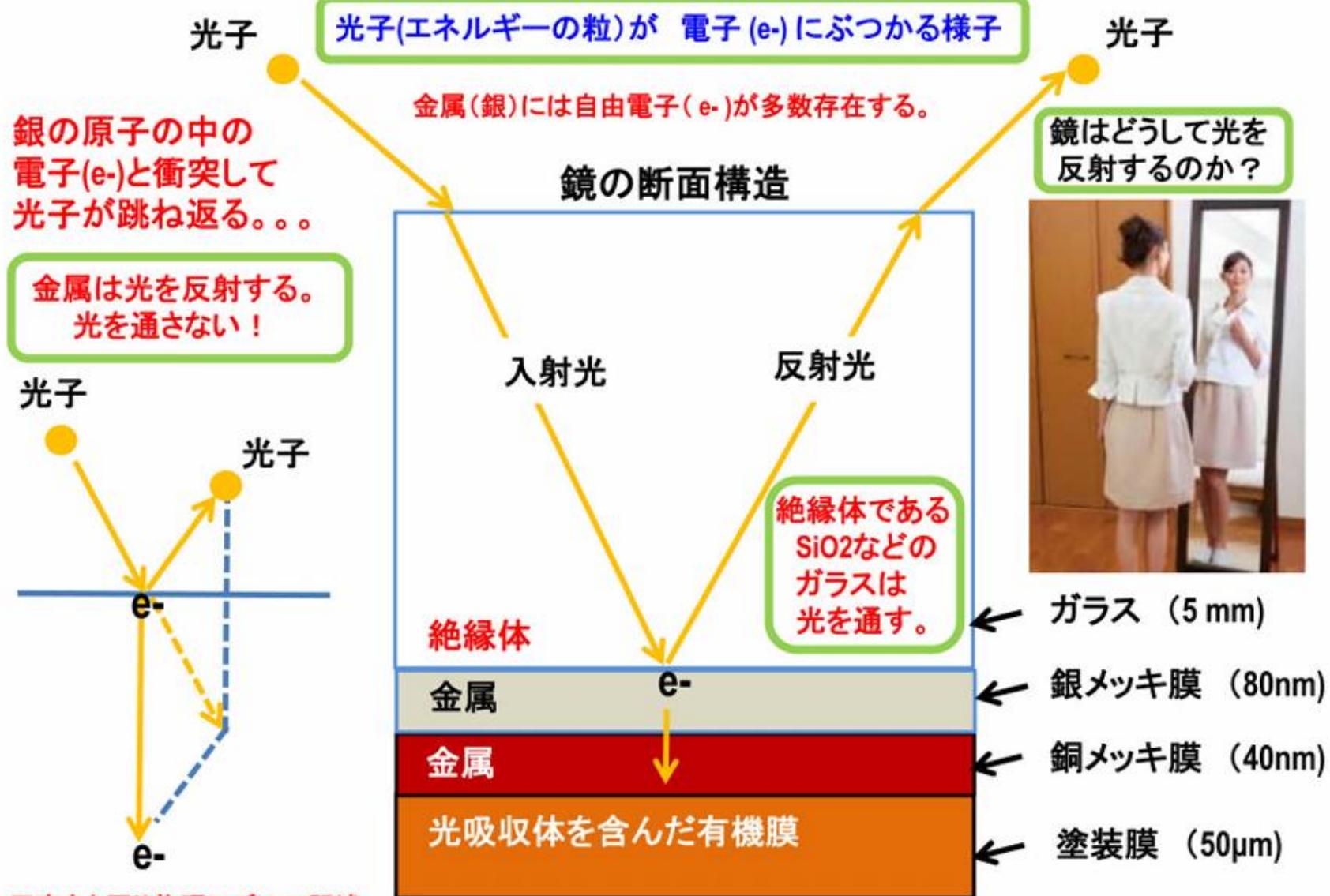
(脱出エネルギー)=半導体のEnergy Gap

For Silicon, $E_g = 1.10 \text{ eV}$ and $\lambda = 1.12 \mu\text{m}$

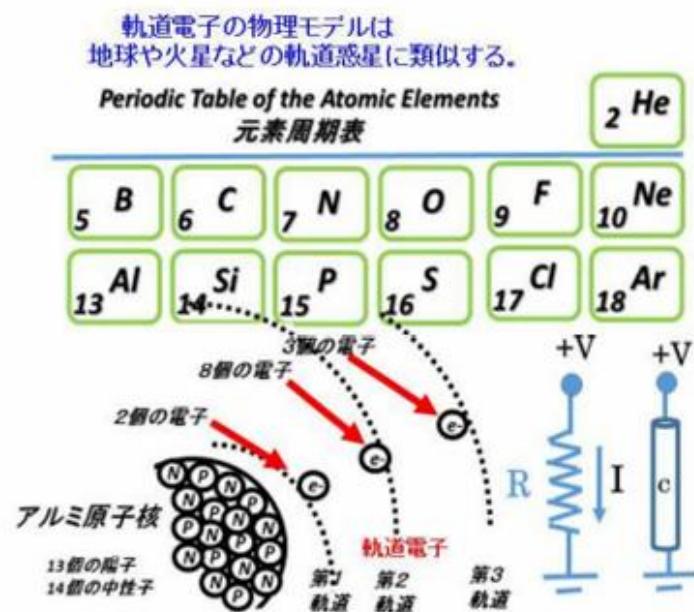
- 金属の物理モデル(器の中に入った水モデル)



4. イメージセンサの動作原理



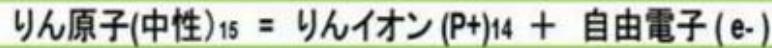
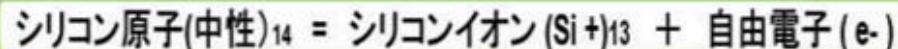
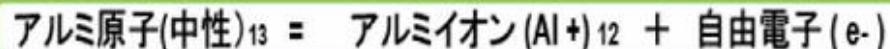
4. イメージセンサの動作原理



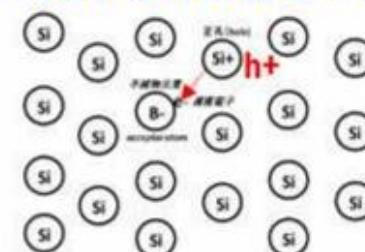
●自由電子は当然空間を自由に浮遊し
移動する。しかし、結晶体の中でも、
結晶体の原子核の引力圏の外では
自由に電子は浮遊することができる。

●シリコン結晶体では、電子を1つ失った
シリコンイオン(Si⁺) は隣接する中性の
シリコン原子から電子を1つ盗み、中性に
もどる。その電子を盗まれた、シリコンイオ
ン(Si⁺) は、また別の中性のシリコン原子
から電子を盗む。ホールはこうして移動する。

●原子構造(原子核と電子)と太陽系(太陽と惑星)の類似



P型半導体の物理モデル

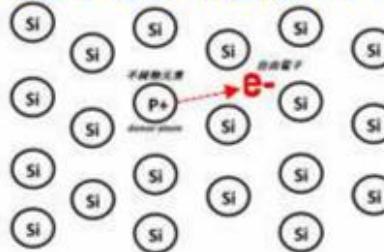


ホールがぎっしり詰まつた箱



Holeが主役

N型半導体の物理モデル



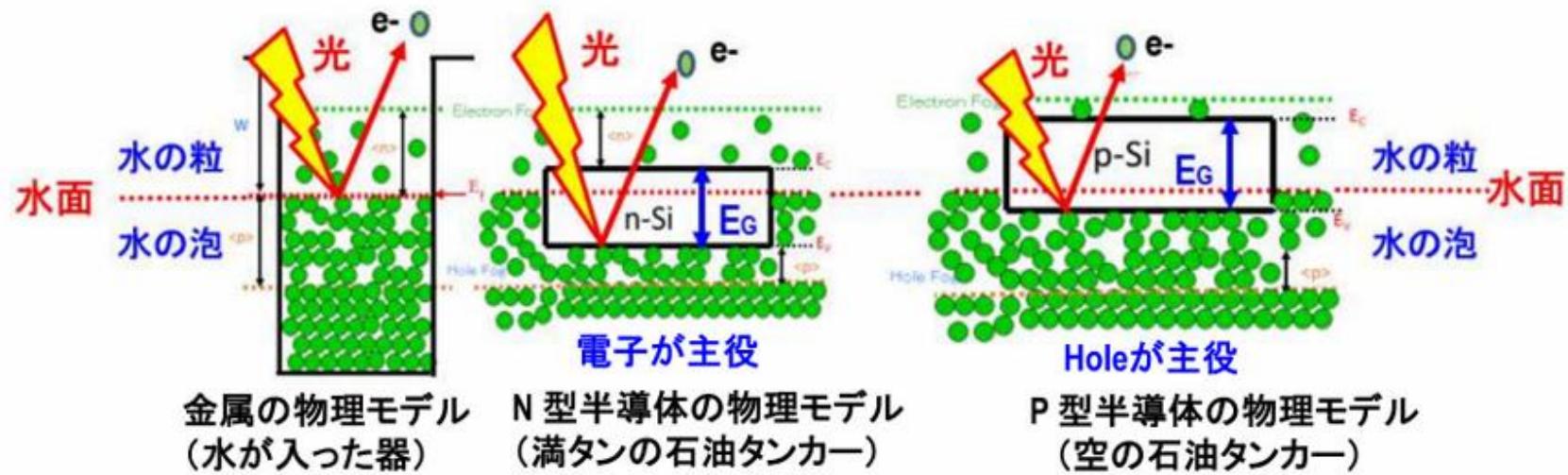
空っぽの箱

e-
自由電子

電子が主役

4. イメージセンサの動作原理

- 金属の物理モデルは、器に入った水にたとえる事が可能。
- N型半導体の物理モデルは満タンの石油タンカー船に、
- P型半導体の物理モデルは空の石油タンカー船に似ている。



$$E = \hbar \omega = h f = h c / \lambda$$

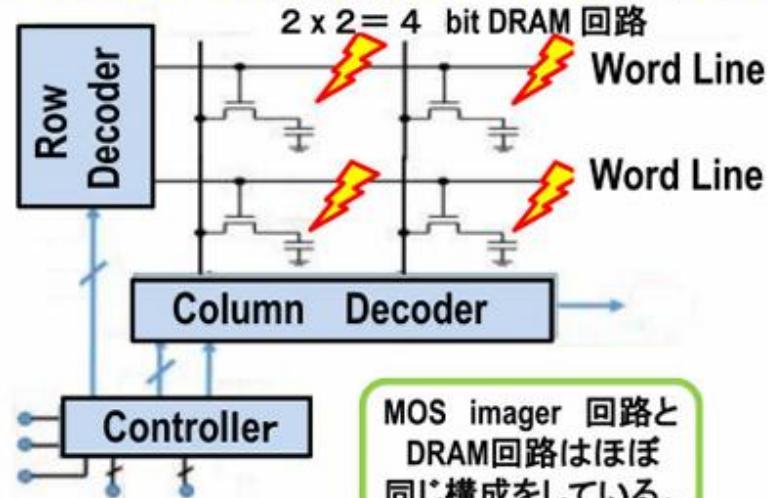
$$E (\text{eV}) = 1.24 / \lambda (\mu\text{m})$$

For Silicon, $E_g = 1.10 \text{ eV}$ and $\lambda = 1.12 \mu\text{m}$

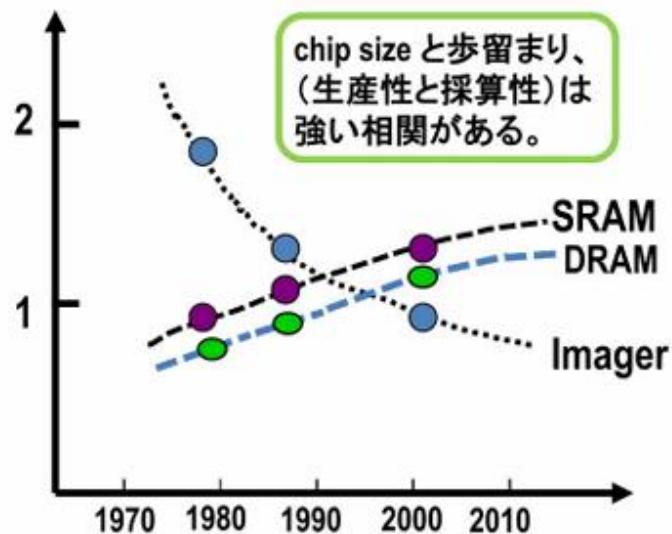
光のエネルギー (E) は周波数 (f) に比例し
 $c = f \lambda$ より、光の波長 (λ) に反比例する。

4. イメージセンサの動作原理

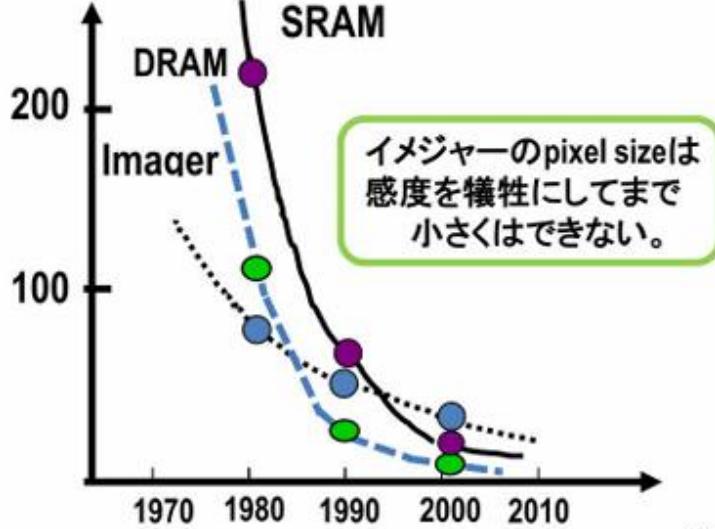
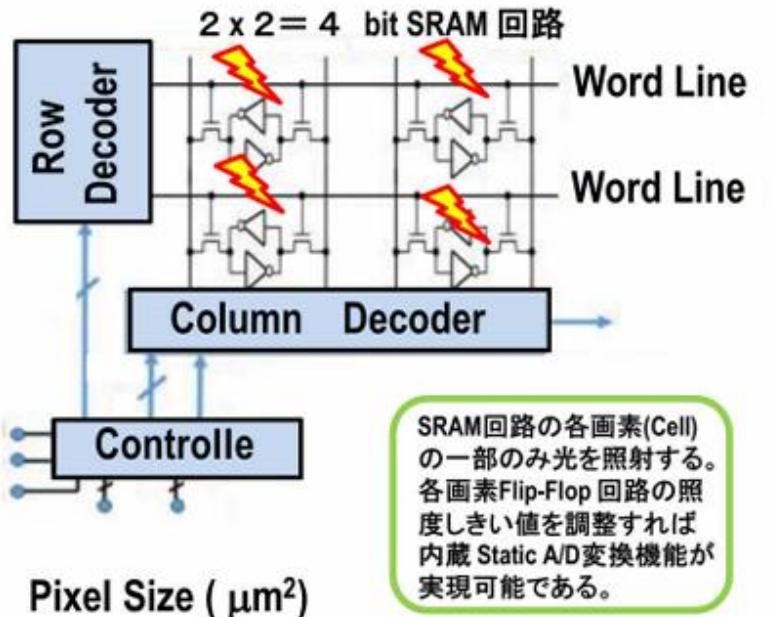
- 1T1C型DRAM電荷転送 modeで動作する



Chip Size (cm²)

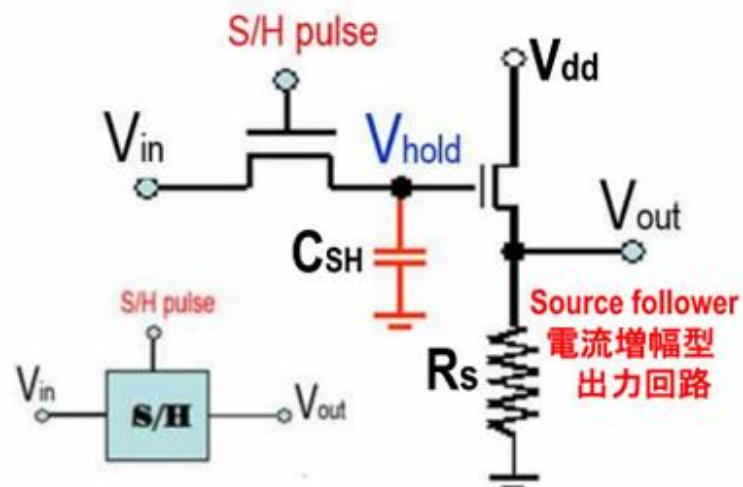


- SRAM回路をアナログdata比較回路に使う

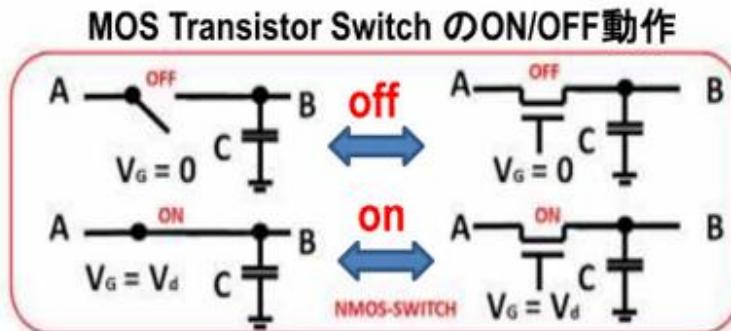
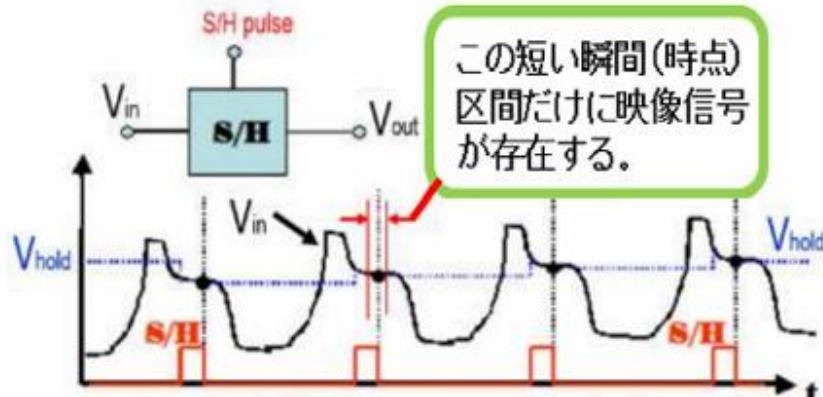


4. イメージセンサの動作原理

●CMOS イメジャーが有利になった理由は、最初は CCD イメジャーに応用された技術であった、S/H 回路を 3 個使う手法（Correlated Double Sampling Hold 回路 by M. White, 1972）により、雑音が激減し実用に耐えるレベルになったことが大きい。



従来の Single Sampling Hold 回路



Correlated Double Sampling Hold 回路

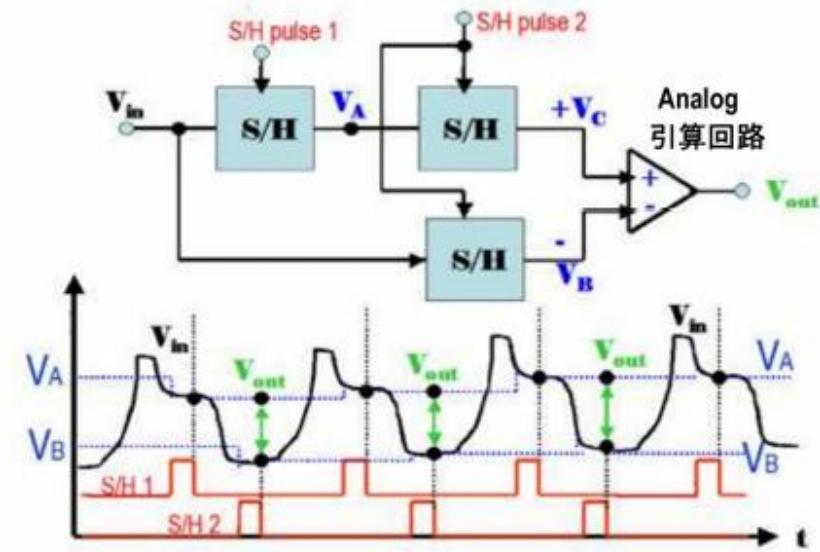
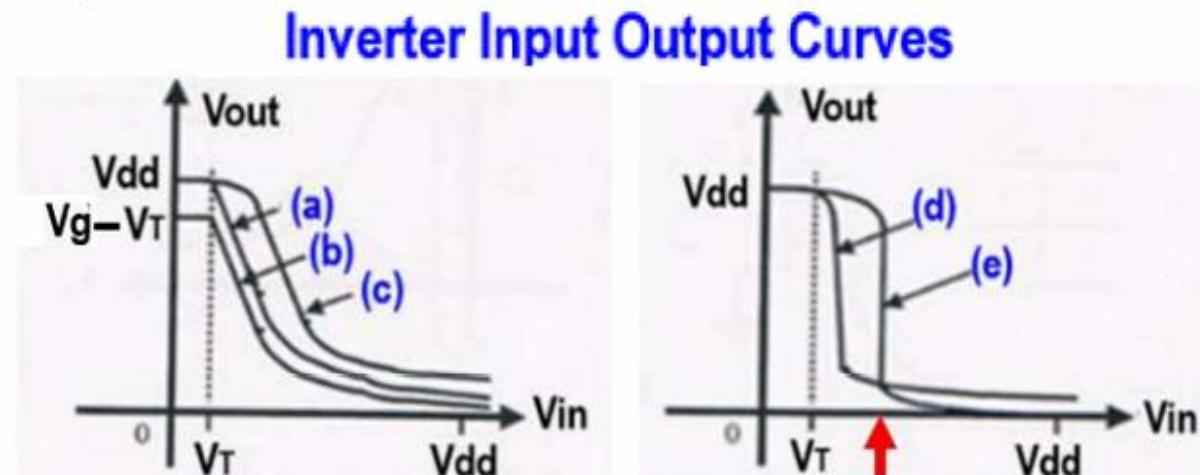
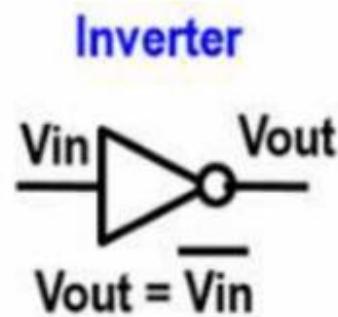


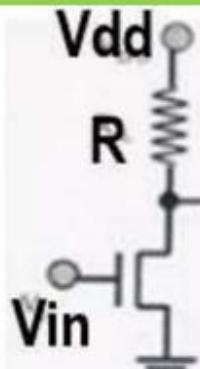
Image sensor の映像信号は雑音の中に埋もれている！

4. イメージセンサの動作原理



Logical $V_{th} = V_{dd} / 2$

電流が流れている！



(a) Resister Load



(b) Plus V_{th}
NMOS Tr
Load

少量の電流が流れる

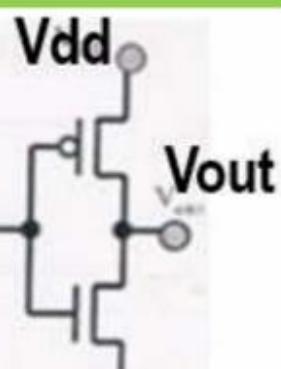


(c) Zero V_{th}
NMOS Tr
Load

CMOS Inverter



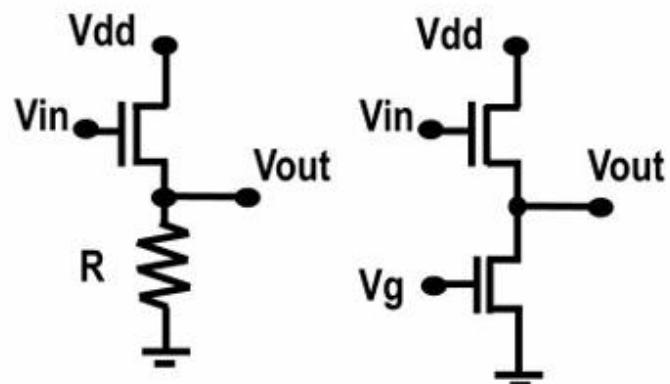
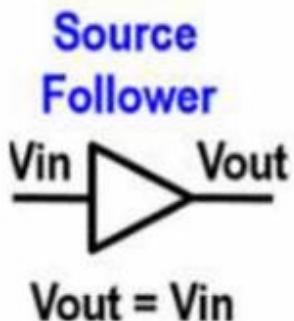
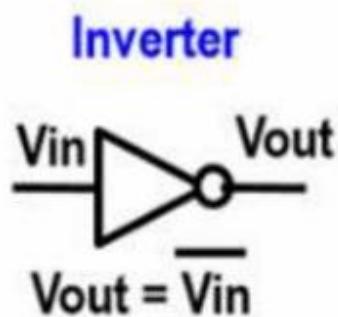
(d) Minus V_{th}
NMOS Tr
Load



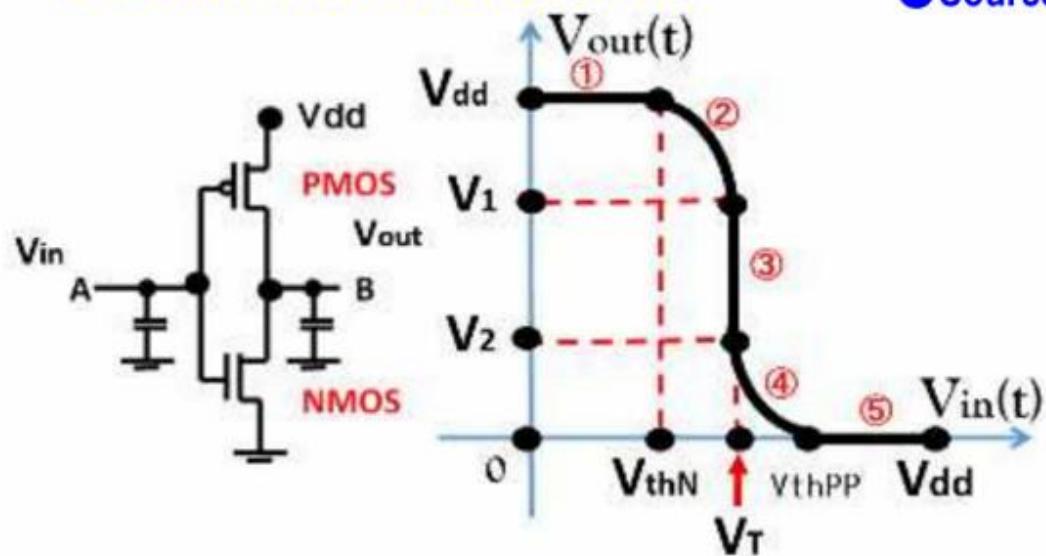
(e) PMOS Tr
Load

4. イメージセンサの動作原理

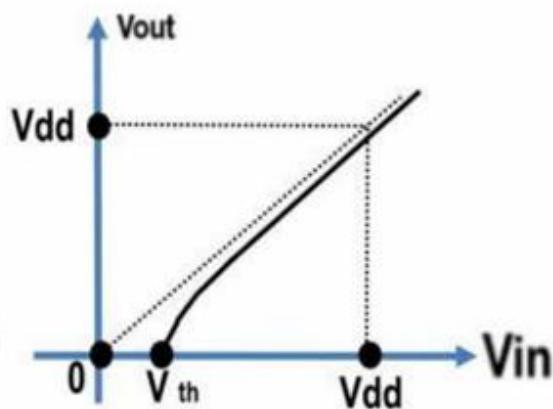
Source Follower Current Amplifier



●CMOS inverter回路の入出力特性



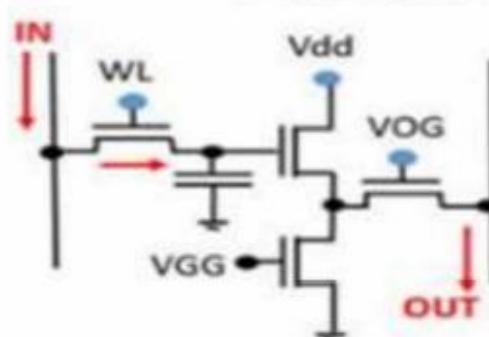
●Source Follower 回路の入出力特性



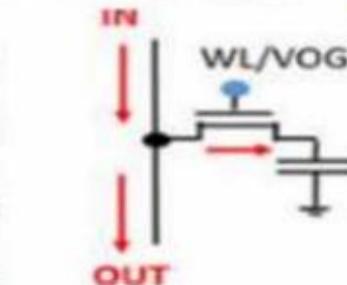
最終的に CMOS Inverter のみ生き残った。

4. イメージセンサの動作原理

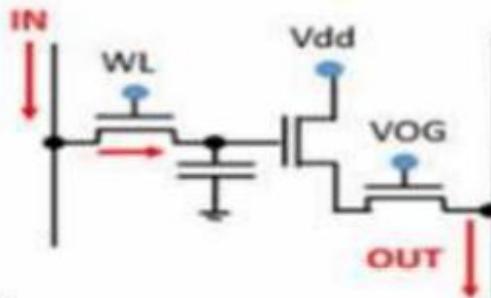
History of DRAM Cell (Source Follower)



Conventional DRAM Cell
before 1966

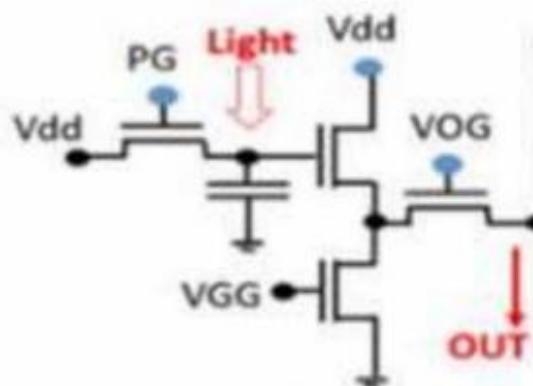


R.H.Dennard (IBM 1966)

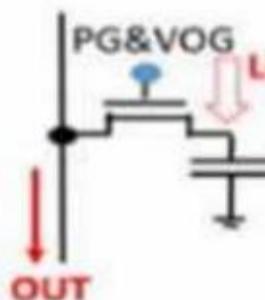


Bill Regitz (Honeywell 1969)
Intel 1101 @ISSCC1970, Philadelphia.

History of Photo Diode Cell (Source Follower)



Conventional Active Pixel Circuit
Photo Diode in 1966

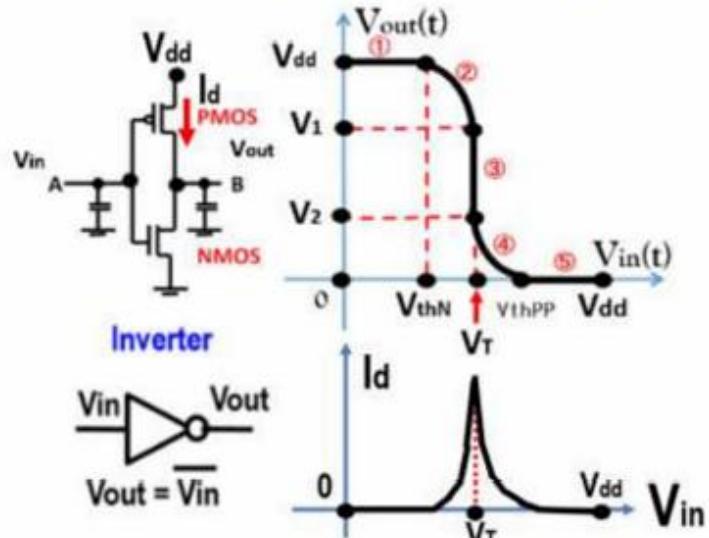


after Peter Nobel, 1966~1968

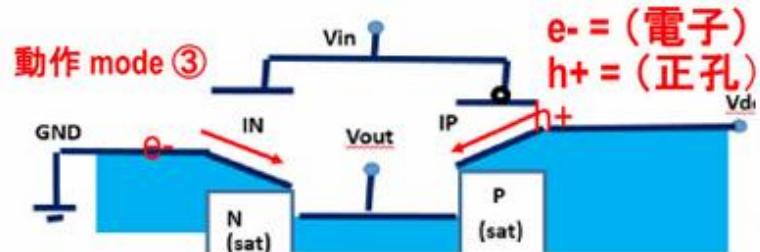
4. イメージセンサの動作原理

●CCDイメージャーより CMOSイメージャーが有利になった理由は、低消費電力のCMOS デジタル回路が使える為で、CMOS inverter回路特性から理解できる。

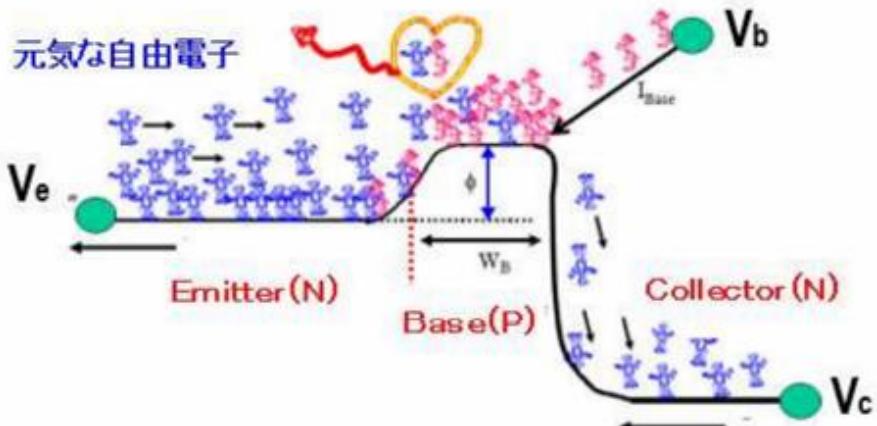
●CMOS inverter回路の入出力特性



●CMOS inverter回路の水門モデル

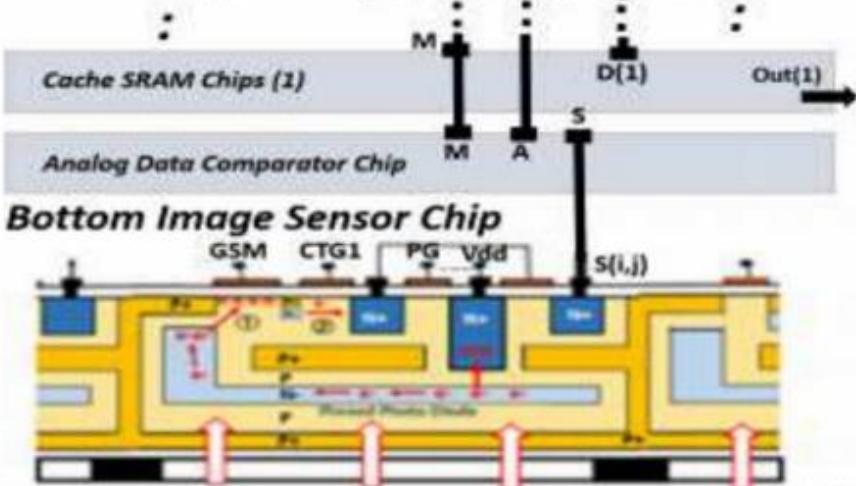


●NPN transistor の動作原理



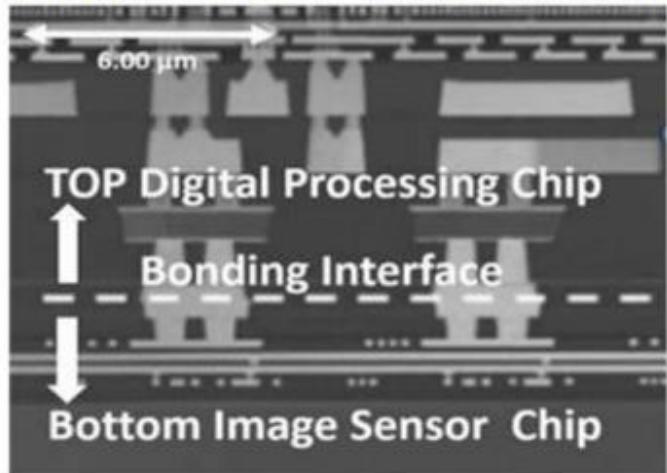
賢いイメージセンサーを支える技術は CMOS と Bipolar の融合技術である。

2枚のchipを張り合わせる

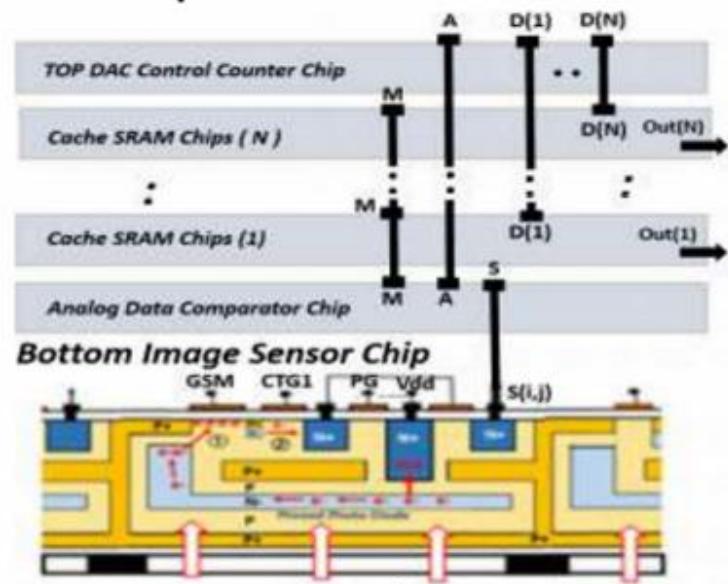


4. イメージセンサの動作原理

裏面照射型 CMOS Image Sensor (2020)

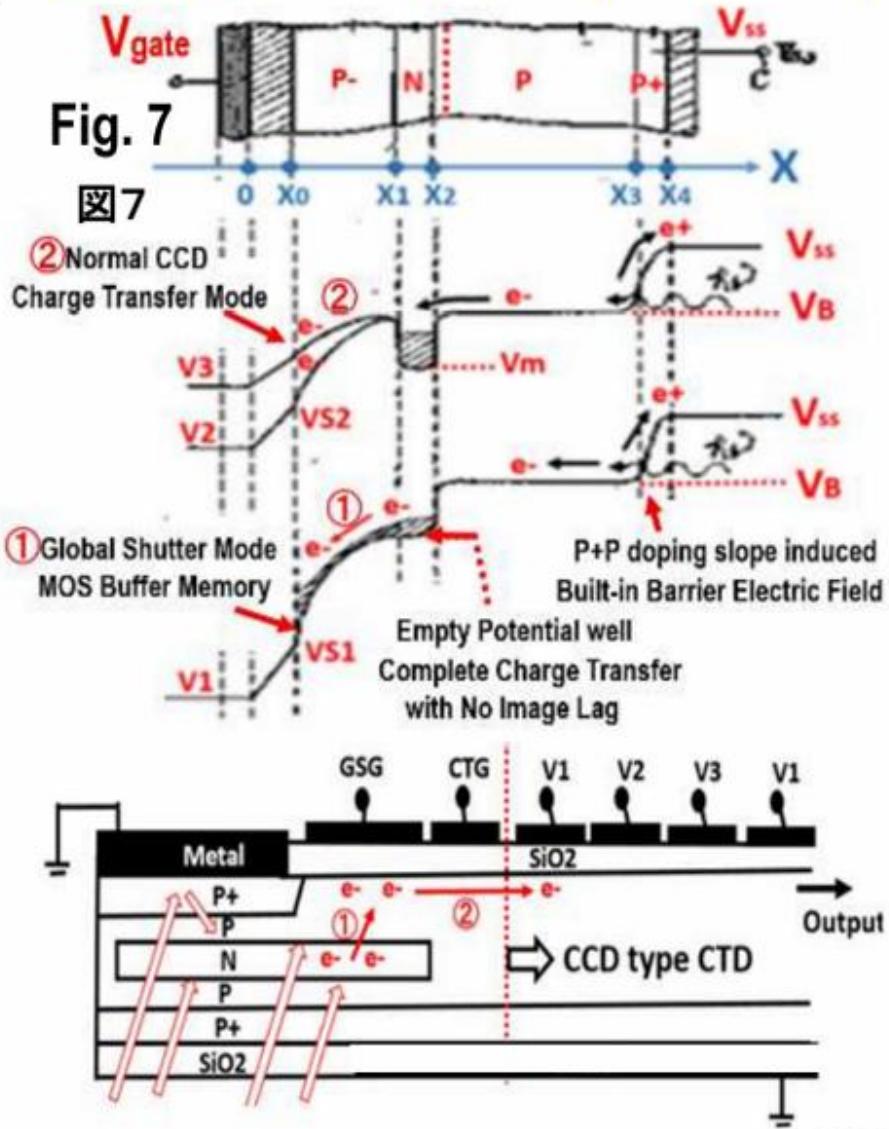


Multi-chips three dimensional LSI chip



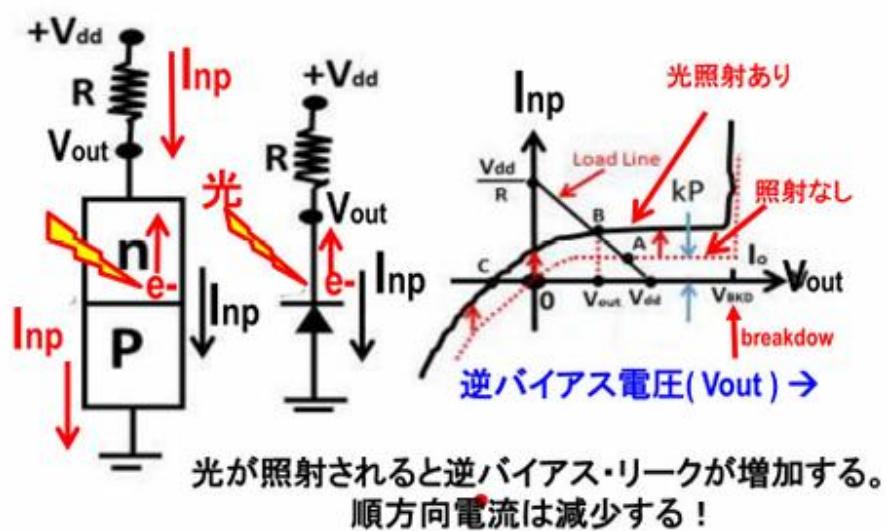
SSIS 半導体ステップアップ講座

P+PNPP+接合型 Buried Pinned Photodiode を採用した裏面照射型 CCD Image Sensor (JAP 1975-127647)

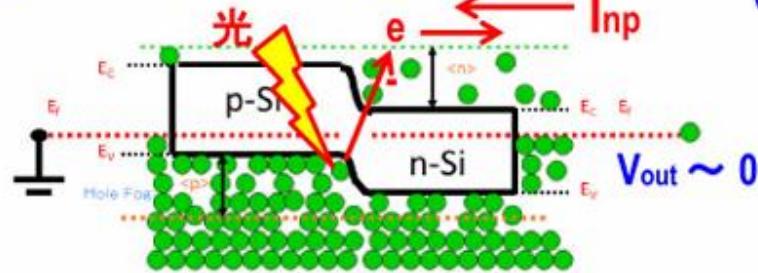


4. イメージセンサの動作原理

- イメージセンサーと太陽電池の動作原理は同じだが、
ただ受光絵素構造の個数と大きさが違う！

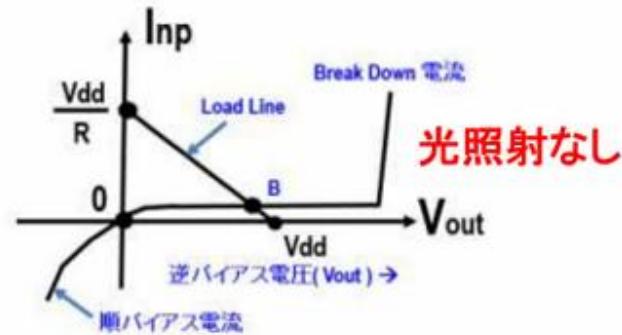
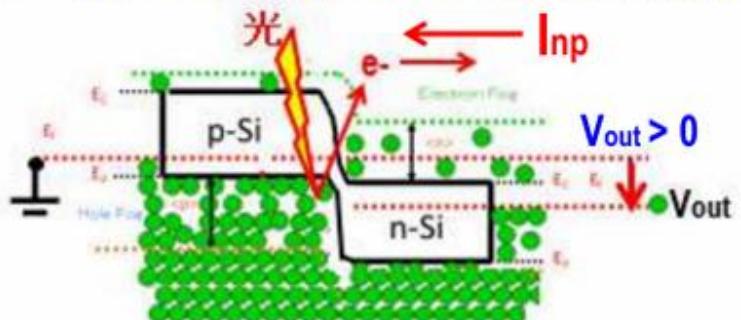


(1) NO バイアス mode の場合 太陽電池 mode

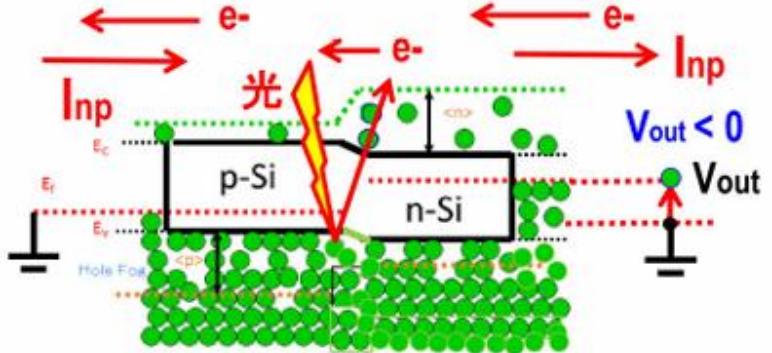


光を照射すると電流が流れる！

(3) $V_{dd} > 0$ 逆バイアス mode の場合



(2) $V_{dd} < 0$ 順バイアス mode の場合



V_{out} 端子からくる電子が減少する。

5. 賢いイメージセンサーとは？

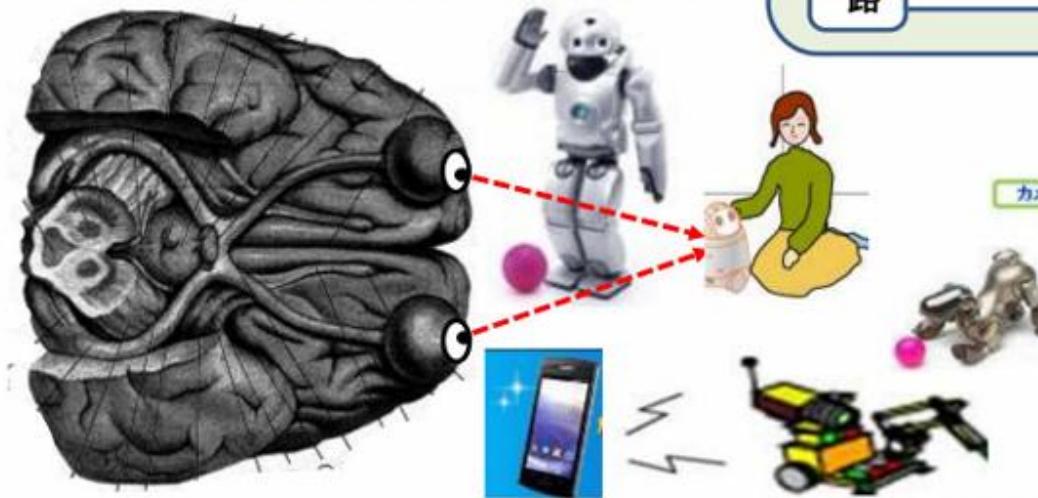
- イメージセンサー(賢い電子の目)にはいろいろな信号処理用の賢い回路が必要である。

人工知能回路

アクチュエイター～(腕、足、手、指)
センサー～(目、耳、鼻、舌、皮膚)

左 Actuators
右 Actuators

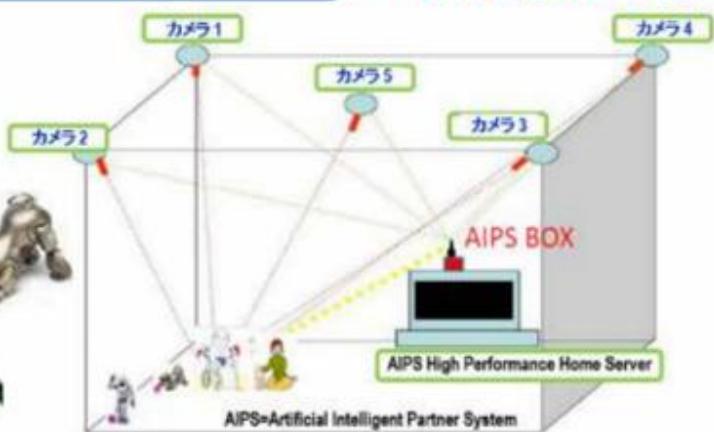
眼球と比較して、頭脳ははるかに大きいが、
同様にセンサーよりも、画像情報を処理する
演算回路の方がはるかに大きくて複雑である。



左右2つの
電子頭脳をもつ
人工知能回路

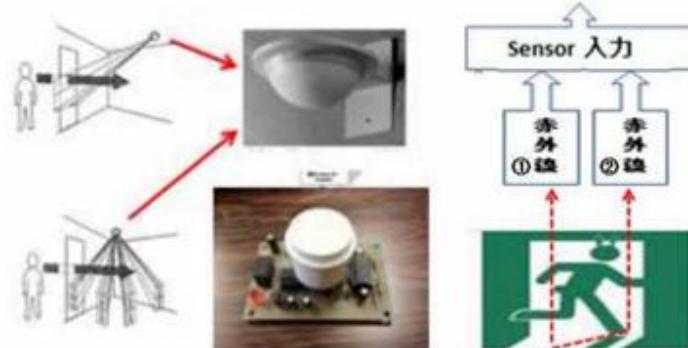
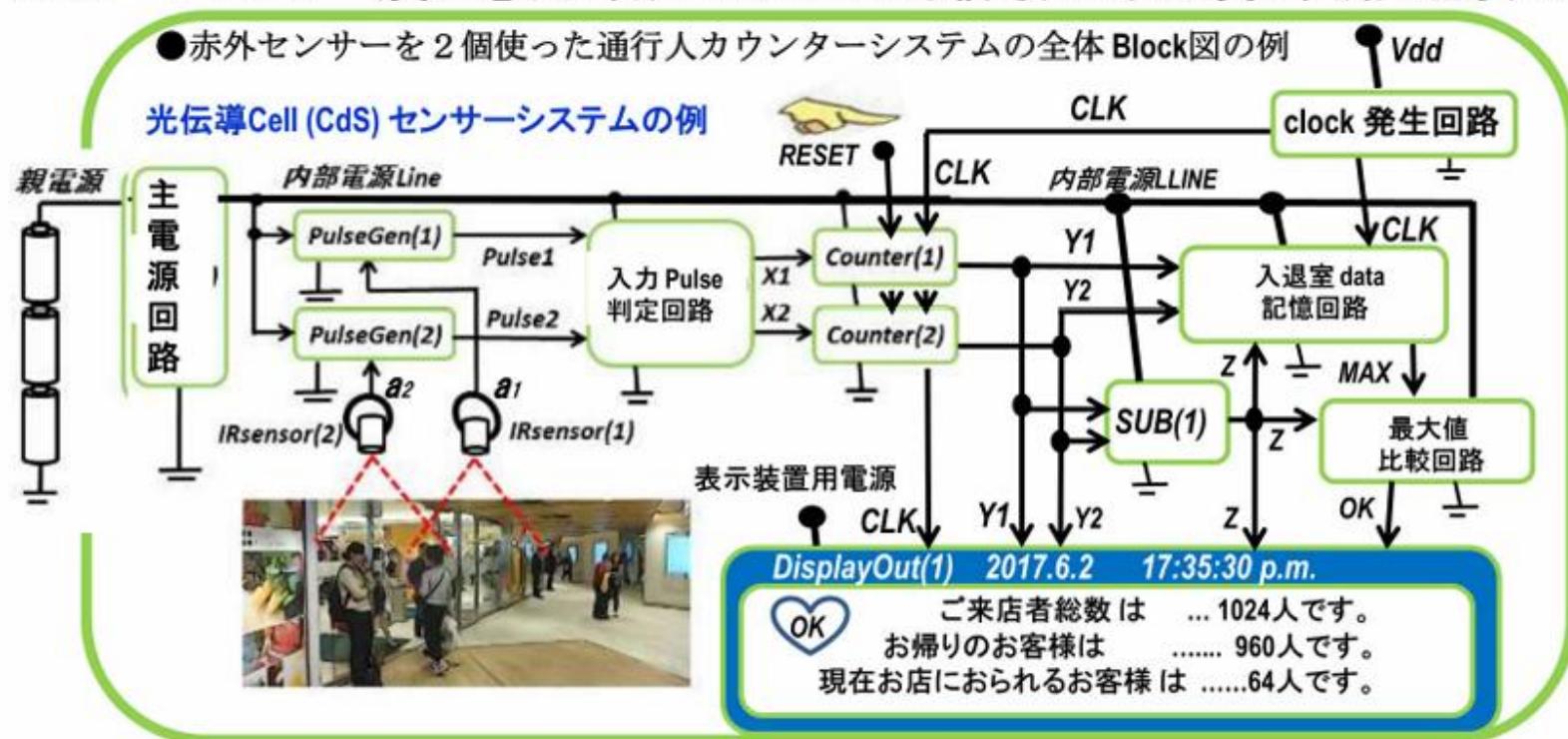
センサー

賢いイメージセンサー
回路システムは
人間の頭脳と目
の様な構造になる。



5. 賢いイメージセンサーとは？

- イメージセンサー(賢い電子の目)にはいろいろな信号処理用の賢い回路が必要である。



街中での通行人の映像



まとめ

Active in-Pixel MOS Image Sensor の1969年の発明は1970年のCCDの発明より早かったが、MOSの微細化技術の進歩を待つ必要があった。

開発実用化が初めて実現したのは1990年NHKの技研の技術者により実現した。その後CMOSデジタル回路の進化により絵素ごとにin-Pixel Amp回路だけでなく、CDS回路やADC回路がカラムごとに、組み込まれて、現在の省電力のCMOSデジタル出力処理回路が実現した。

理解度アップの基本復習問題

- 受光素子とは何か？
- 電荷転送装置 (CTD) とは？
- 感度 (Sensitivity) とは？
- CCD Image Sensor とは？
- CMOS Image Sensor とは？

SSIS 半導体ステップアップ講座

参考技術書のご紹介

「イメージセンサーの本質と基礎」

黒田隆男 著

コロナ社 A5版 199頁

ISBN978-4-339-00845-6

「固体撮像素子の基礎」

安藤隆男・菰淵寛仁 共著

日本理工出版会 A5版 上製 246頁

ISBN4-89019-193-3

「CCD/CMOS イメージ・センサの基礎と応用」

米本和也 著

C Q出版社 A5版 271頁

ISBN4-7898-3626-6

「CCD/CMOS カメラの原理と実践」

安藤幸司 著

オーム社 A5版 214頁

ISBN978-4-274-06851-5

人工知能パートナーシステム(AIPS)を支える

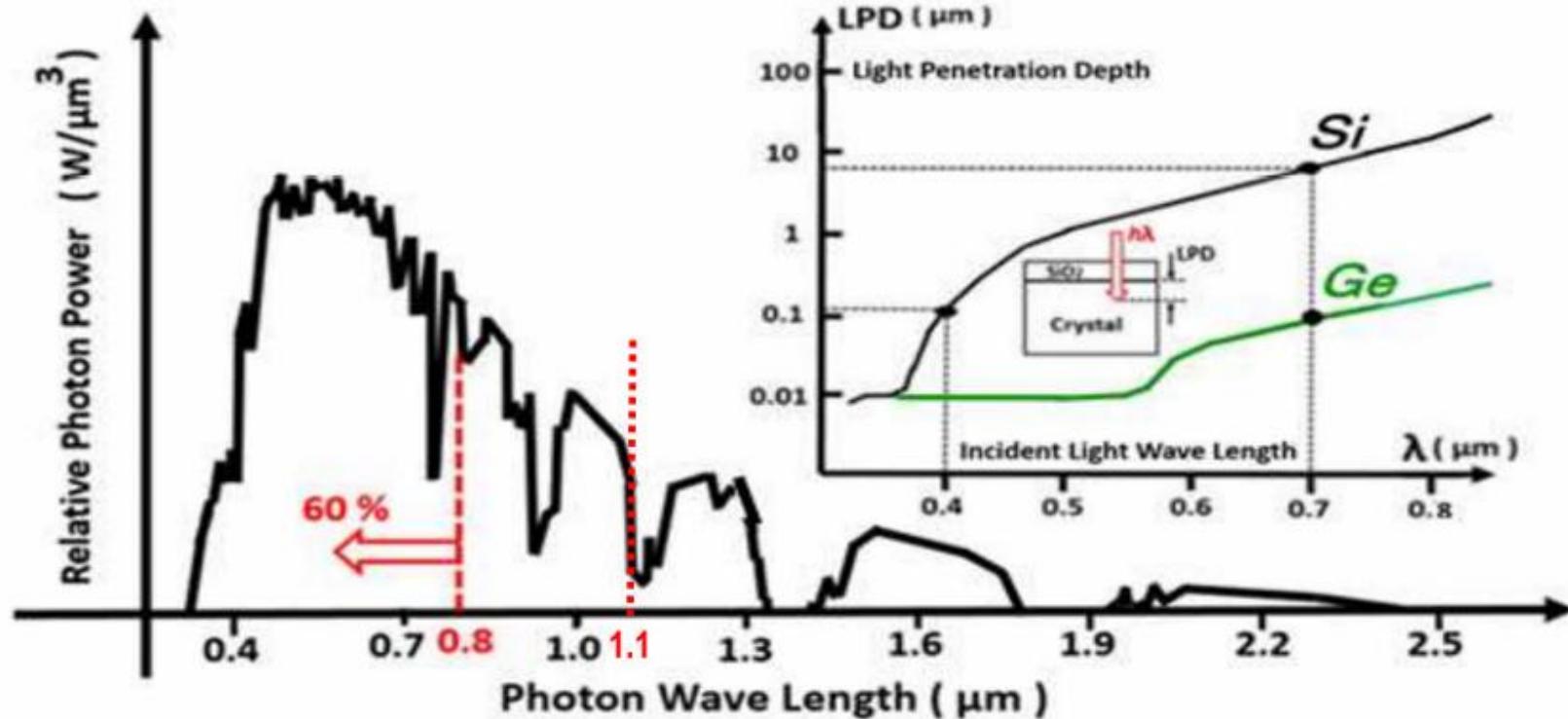
「デジタル回路の世界」

萩原良昭 著

青山社 B5版 上製 475頁

ISBN978-4-88359-339-2

太陽光の波長スペクトラム



$$E = \hbar \omega = h f = h c / \lambda$$

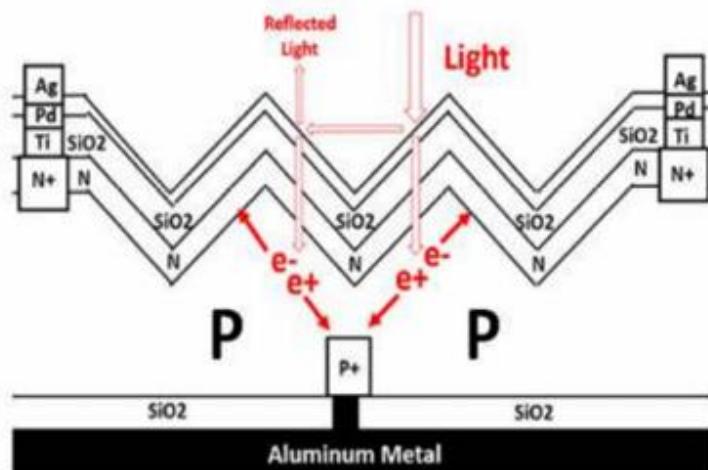
$$E (\text{eV}) = 1.24 / \lambda (\mu\text{m})$$

For Silicon, $E_G = 1.10 \text{ eV}$ and $\lambda = 1.12 \mu\text{m}$

波長が $1.12 \mu\text{m}$ 以上の遠赤外線は原理的にシリコン結晶太陽電池では光電変換できない。

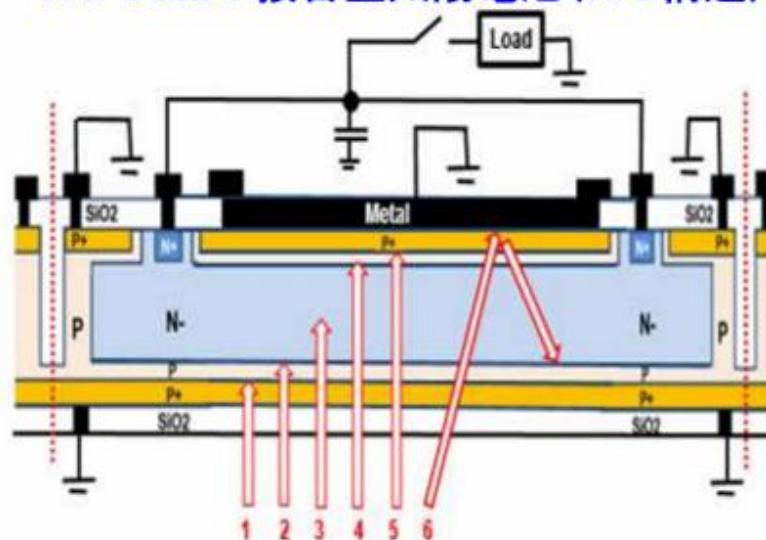
Appendix 03 MOS カメラから CCD カメラへ、そして、CCD カメラから CMOS カメラへ

NP Single 接合型太陽電池 (従来構造)

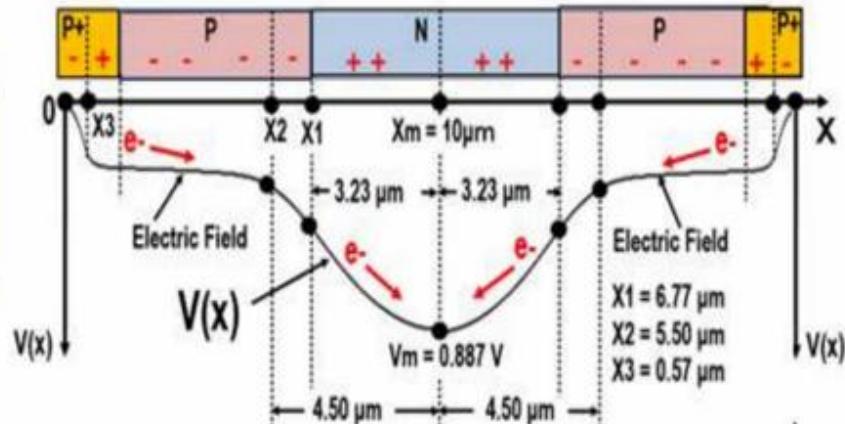


Double PNP 接合型太陽電池(PPD構造)では光電変換に必要な空乏層領域が、PN接合とNP接合の double になる。さらに表面の濃いP+P濃度勾配 Hole Accumulation Diode(HAD)構造により、表面での短波長光電効率が向上。

PNP Double 接合型太陽電池(PPD構造)



PNP Double 接合型太陽電池の電位図



Appendix 04 MOSカメラからCCDカメラへ、そして、CCDカメラからCMOSカメラへ

ビデオカメラの感度とは？ Image Sensor の 最終感度とは？

- Image Sensorの最終感度は、最終信号出力値 (Sout)と最終雑音出力(Nout)の比で決定します。

(Image Sensorの最終感度) = (Sout / Nout) となります。

- 最終信号出力 (Sout) は 受光素子の感度 (S) に、受光素子の初段での電流増幅率 A をかけたものから、電荷転送装置の雑音 (Nctd) で失う信号成分を差し引いたものです。

$Sout = S * A * (1 - Nctd)$ となります。

- 最終雑音出力(Nout) は 受光素子の雑音 (N) に、受光素子の初段での電流増幅率 A をかけたものに、電荷転送装置の雑音成分 (Nctd) を加算したものです。

$Nout = N * A * (1 + Nctd)$ となります。

- 従って、Image Sensorの最終感度 (Sout/Nout)で 次式で決定されます。

(ビデオカメラの最終感度) = { S/N } * (1 - Nctd) / (1 + Nctd) となります。

- 従ってビデオカメラの最終感度を表す指数の出力信号雑音比(Sout/Nout)には、CMOS Image Sensorの場合は、分母にも分子にも In Pixel Source AMP 回路の増幅率 A があります。

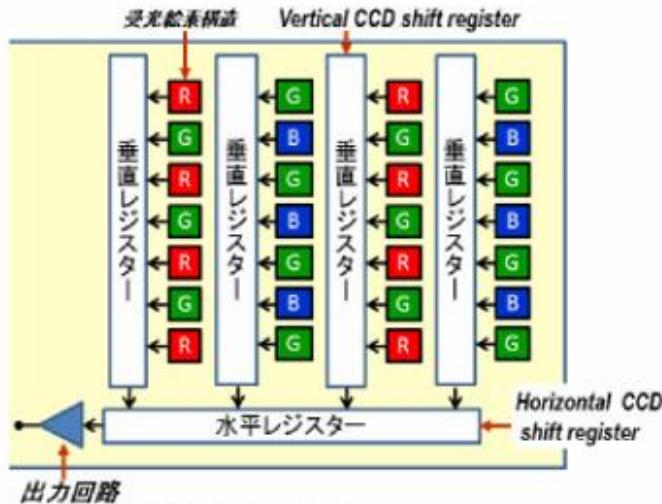
- 分母と分子の A が消え、ビデオカメラの最終感度 は A には関係しません。

Appendix 05 MOS カメラから CCD カメラへ、そして、CCD カメラから CMOS カメラへ

Interline 方式 CCD イメジャー

- ①光信号電荷のかたまり(charge packet)を各画素の接合容量に蓄積する。
- ②垂直CCD registerへの全画素(行と列)の同時露光一括読み出し。
- ③1行ごとに水平CCD registerに高速CCD転送modeで転送される。
- ④水平CCD registerの信号電荷を順次に最終段の出力回路で出力される。

(長所)出力段の端子容量Cが小さくてすむ。
容量CKT雑音が小さい。低照度でも
雑音が少なく感度がよい。
(短所)転送効率に限界がある。CR充放電
による消費電力が大きい。

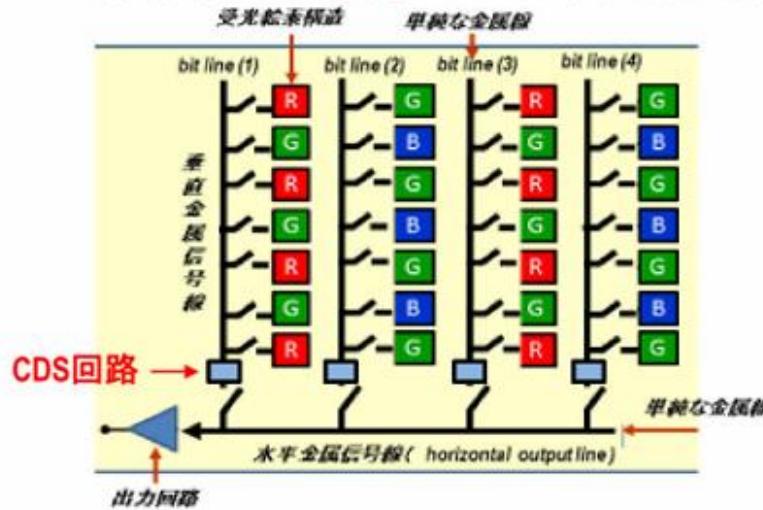


SSIS 半導体ステップアップ講座

Active Pixel Amp 方式 CMOS イメジャー

- ①光信号電荷のかたまり(charge packet)を各画素の接合容量に蓄積する。
- ②各絵素のGlobal Shutter Memoryへの全画素(行と列)の同時露光一括読み出し。
- ③テレビの走査線と同期させて順次に各絵素の電流增幅回路(Active Pixel 回路)で信号増幅して金属線(bit line)へ出力する。信号が大きい。
- ④さらに(CDS=correlated double sampling)回路で CLOCK 雜音が除去され、大電流が水平信号線に出力。

(長所)CKT雑音は大きいがそれ以上に信号が大きい。
絵素数に関係なく、大きな信号電流を得ることが可能。
4Kや8Kなど高解像度映像に最適である。
CMOS Scaling 技術の進歩により、微細化が実現し、
CR充放電による消費電力が小さい。(短所なし)。



Appendix 06 MOS カメラから CCD カメラへ、そして、CCD カメラから CMOS カメラへ

まず、基本構造の材料となる金属と絶縁体や、抵抗体と半導体の性質を理解する。

SCCD 構造と BCCD 構造が考案される前には BBD 構造(バケツリレー転送)があった。その開発背景はどうだったか？結局 BBD 構造が生き残った！

●いろいろな受光素子構造

光電子増幅管 (AI)
PIN photo diode (Si)
pinned photo diode(Si)
Avalanche Photo Diode (Si)
高周波数 FET (GaAs)
Gbps 光通信 (InGaAs)
光伝導Cell (CdS)

さらに原子構造から理解する！

II	III	IV	V	VI
	B ₅	C ₆	N ₇	O ₈
Zn ₃₀	Al ₁₃	Si ₁₄	P ₁₅	S ₁₆
Cd ₄₈	Ga ₃₁	Ge ₃₂	As ₃₃	Se ₃₄
Hg ₈₀	In ₄₉	Sn ₅₀	Sb ₅₁	Te ₅₂
	Ti ₈₁	Pb ₈₂	Bi ₈₃	Po ₈₄

●いろいろな電荷転送素子 (CTD = Charge Transfer Device) の構造

BBB (Bucket Brigade Device)

PCD (Plasma Coupled Device)

CSD (Charge Sweep Device)

CID (Charge Injection Device)

CPD (Charge Priming Device)

CCD (Charge Coupled Device)

CMD (Charge Modulation Device)

BASIS (Base-Stored Image Sensor)

MOS image Sensor (Passive, Original)

CMOS image Sensor (Active Pixel Sensor)

AMI (Amplified MOS Intelligent Imager)

Appendix 07 MOSカメラからCCDカメラへ、そして、CCDカメラからCMOSカメラへ

- 賢いイメージセンサーは、正確にすばやくまわりの動きを感じとる(感度)だけでなく、雑音や不要な情報を排除し(フィルター機能)、必要な情報だけを抽出加工し(情報認識)、人間支援のための知的処理を敏速に実行する。

賢いイメージセンサー実現のためのさらなる検討努力項目

●Dark Current (暗電流)の低減努力

- (1)拡散電流
- (2)発生電流
- (3)表面リーク電流
- (4)トンネル電流

●量子効率の向上努力

- (1)素子表面での入射光の反射
- (2)小数キャリアの表面再結合
- (3)光電変換領域以外での光吸収
- (4)空乏層内でのキャリアの再結合

●雑音(ランダム)の低減努力

- (1)ショット雑音
- (2)熱雑音
- (3)Avalanche過剰雑音
- (4)1/f 雜音
- (5)reset雑音

●High Beam (overflow, blooming)抑制機能

●固定パターン雑音の低減努力

- (1)Clock雑音
- (2)Amp Offset 雜音
- (3)画像欠陥(画素開口形状むら、Photo Diode 部暗電流むら、転送部暗電流むら)

●制御処理回路による性能改善努力

- (1)Correlated Double Sampling 回路
- (2)APS (Active Pixel Sensor) 回路
- (3)AMI (Amplified MOS Intelligent) 回路

●賢いイメージセンサー実現のための その他の努力改善項目

- (1)PN接合容量に光を照射する
- (2)MOS增幅回路処理、ガンマーブロード処理
- (3)出力信号の選択処理
- (3)A/D変換回路処理
- (4)出力信号の伝達処理
- (5)信号情報の記憶保存回路処理

Appendix 08 MOSカメラからCCDカメラへ、そして、CCDカメラからCMOSカメラへ

***** Image Sensor の発明と開発背景に関する参考文献 *****

***** Active in-Pixel MOS Image Sensor *****

発明(1968)

Peter J. W. Noble.

IEEE Transaction of Electron Devices, 15-4, pp.202-209, (1968)

開発報告(1990)

Fumihiro Andoh, Kazuhisa Taketoshi, Junichi Yamazaki,
Masayuki Sugawara, Yoshihiro Fujita, Kohji Mitani,
Yukio Matuzawa, Kenji Miyata, Shuichi Araki.

"A 25 000-Pixel Image Sensor with FET Amplification
at Each Pixel for High-Speed Television Cameras".

ISSCC Digest of Technical Papers, pp. 212-213, 298, February 1990.

***** ●超光感度・低暗電流雑音・残像のない Pinned Photodiode *****

発明(1975)

Japanese Patent Applications 1975-127646, 1975-127647,

and 1975-134985 invented by Y.Hagiwara

開発報告(1978)

Y. Hagiwara, M. Abe, and C. Okada,

"A 380H x 488V CCD imager with narrow channel transfer gates",

Proc. The 10th Conference on Solid State Devices, Tokyo, (1978);
Japanese Journal of Applied Physics, vol. 18, Supplements 18-1,
pp. 335-340, (1979)

***** ●CCD Image Sensor *****

発明(1970)と開発報告(1970)

W.S.Boyle and G.E. Smith.

Bell System Technical Journal, 49, pp.587-593(1970)

***** 低雑音化 Correlated Double Sampling (CDS) 回路 *****

発明(1974)と開発報告(1974)

M.H.White, D.R.Lampe, F.C.Blahe and I.A.Mack.

"Characterization of Surface Channel CCD Image Arrays at Low Light Level.
IEEE Journal of Solid State Circuits, SC-9, pp.1-13 (1974)

***** ●アクションカメラ用の電子シャッター機能 *****

発明(1977)

Japanese Patent Application 1977-126885

invented by Y. Hagiwara, S. Ochi and T. Hashimoto.

開発報告(1987)

浜崎正治, 鈴木智行, 賀川能明, 石川貴久枝, 宮田克郎, 神戸秀夫,

"可变速電子シャッタ付IT-CCD撮像素子",

テレビジョン学会技術報告, vol. 12, no. 12, pp. 31-36, (1988)

Appendix 09 MOS カメラから CCD カメラへ、そして、CCD カメラから CMOS カメラへ

Image Sensor の発明と開発背景に関する参考文献

Japanese Patent JPA 1977-126885 on Electrical Shutter Clocking Scheme invented by Y. Hagiwara, S. Ochi and T. Hashimoto in 1977.

①公開特許公報 (A) 昭54-51318

②特 號 昭52-126885

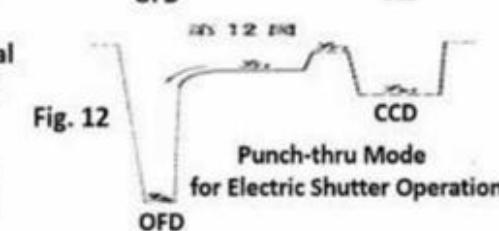
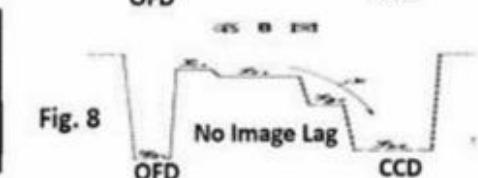
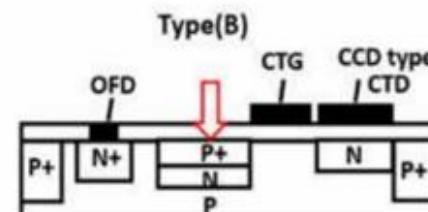
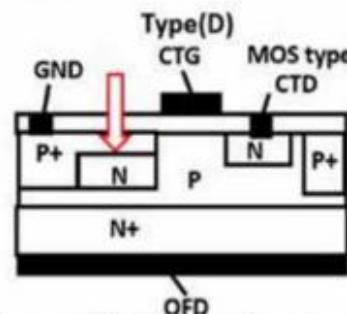
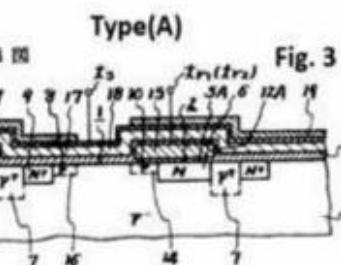
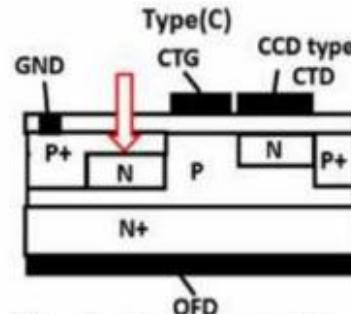
③出 特 昭52(1977) 9月29日

④公開 昭和54年(1979) 4月23日

⑤発明者 萩原良昭

⑥発明者 越智成之

同 横本武夫



The electric shutter clocking scheme with the complete signal charge draining of no image lag can be achieved by the OFD punch-thru voltage control for any photodiodes, including not only the type (A) of the conventional CCD/MOS photo capacitor but also (B), (C) and (D) type Pinned Photodiodes.

Appendix 10 MOS カメラから CCD カメラへ、そして、CCD カメラから CMOS カメラへ

Image Sensor の発明と開発背景に関する参考文献

ISSCC 2006 / SESSION 27 / IMAGE SENSORS / 27.5

27.5 High-Speed Digital Double Sampling with Analog CDS on Column Parallel ADC Architecture for Low-Noise Active Pixel Sensor

Yoshikazu Nitta, Yoshinori Muramatsu, Kiyotaka Amano,
Takayuki Toyama, Jun Yamamoto, Koji Mishina, Atsushi Suzuki,
Tadayuki Taura, Akihiko Kato, Masaru Kikuchi, Yukihiko Yasui,
Hideo Nomura, Noriyuki Fukushima
Sony, Atsugi, Japan

Traditionally, the advantages of compact image sensors (CISs) over CCDs have been low power consumption and the capability for system integration. Additionally, the image quality of CISs has recently begun to rival and even surpass that of CCDs in the area of high-speed imaging [1]. Compared to high-speed CCDs, CISs utilize the advantage of a column-parallel pixel readout.

The pixels are conventional 4T active pixel sensor (APS) pixels that use hole accumulation diodes (HADs). HADs enable image sensors such as CCDs and CISs to realize ideal properties of low dark current, no kTC noise, and no image lag [2].

Digital double-sampling architecture is proposed to remove device variation and circuit offset that cause vertical FPN [3]. Our column-inline dual-CDS architecture (Fig. 27.5.2) implements digital double-sampling (digital CDS) and analog CDS in parallel columns. A high-speed 297MHz clock is utilized to reduce the double digital sampling period. Additionally, an analog CDS is used to reduce the ADC period for the reset signal V_{RESET} by eliminating the analog offset of the pixel and the comparator output.

Modern CMOS Image Sensors have (1) HAD (2) APS and (3) CDS.

- (1) HAD (PPD) was invented by Y. Hagiwara in 1975.
- (2) APS was invented by Peter Noble in 1968.
- (3) CDS was invented by M. White in 1972.
- (4) Sony engineers perfected these technologies in 2006.

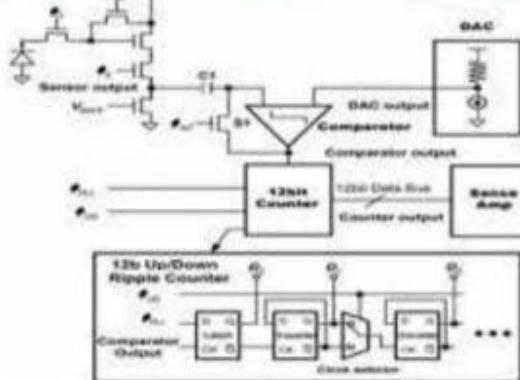


Figure 27.5.2: Column-inline dual CDS architecture.

References:

- [1] A. I. Krymski, N. E. Bock, N. Tu, D. Van Blaricom, E. R. Fossum, "A High Speed, 240frames/s, 4.1-Megapixel CMOS Sensor," *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 50, no. 1, pp. 130-135, Jan., 2003.
- [2] K. Mabuchi, N. Nakamura, E. Funatsu, T. Abe, T. Umeda, T. Hoshino, R. Suzuki, H. Sumi, "CMOS Image Sensor Using a Floating Diffusion Driving Buried Photodiode," *ISSCC Dig. Tech. Papers*, pp. 102-103, Feb., 2004.
Hagiwara 1975 invention (JPA 1975-134985)
- [3] W. Yang, O. Kwon, J. Lee, G. Hwang, S. Lee, "Integrated 800x600 CMOS Imaging System," *ISSCC Dig. Tech. Papers*, pp. 304-305, Feb., 1999.

Artificial Intelligence in Robot Vision



Mighty ATOM
/ ASTRO BOY © Osamu Tezuka



WALL-E © 2008 The Walt Disney Studios



ご清聴ありがとうございました。

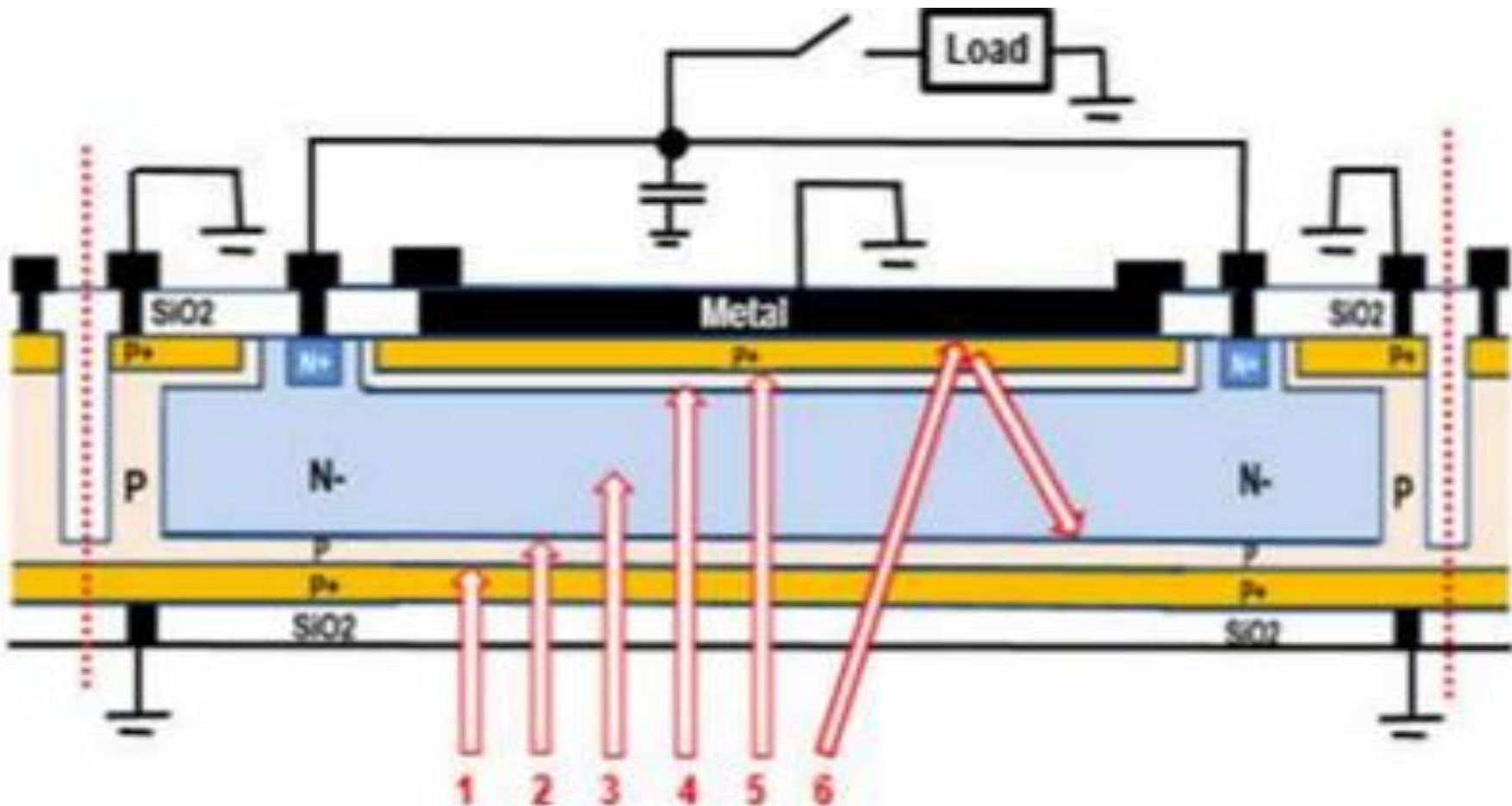
理解度アップの基本復習問題

hagiwara-yoshiaki@aiplab.com
<http://www.aiplab.com/>

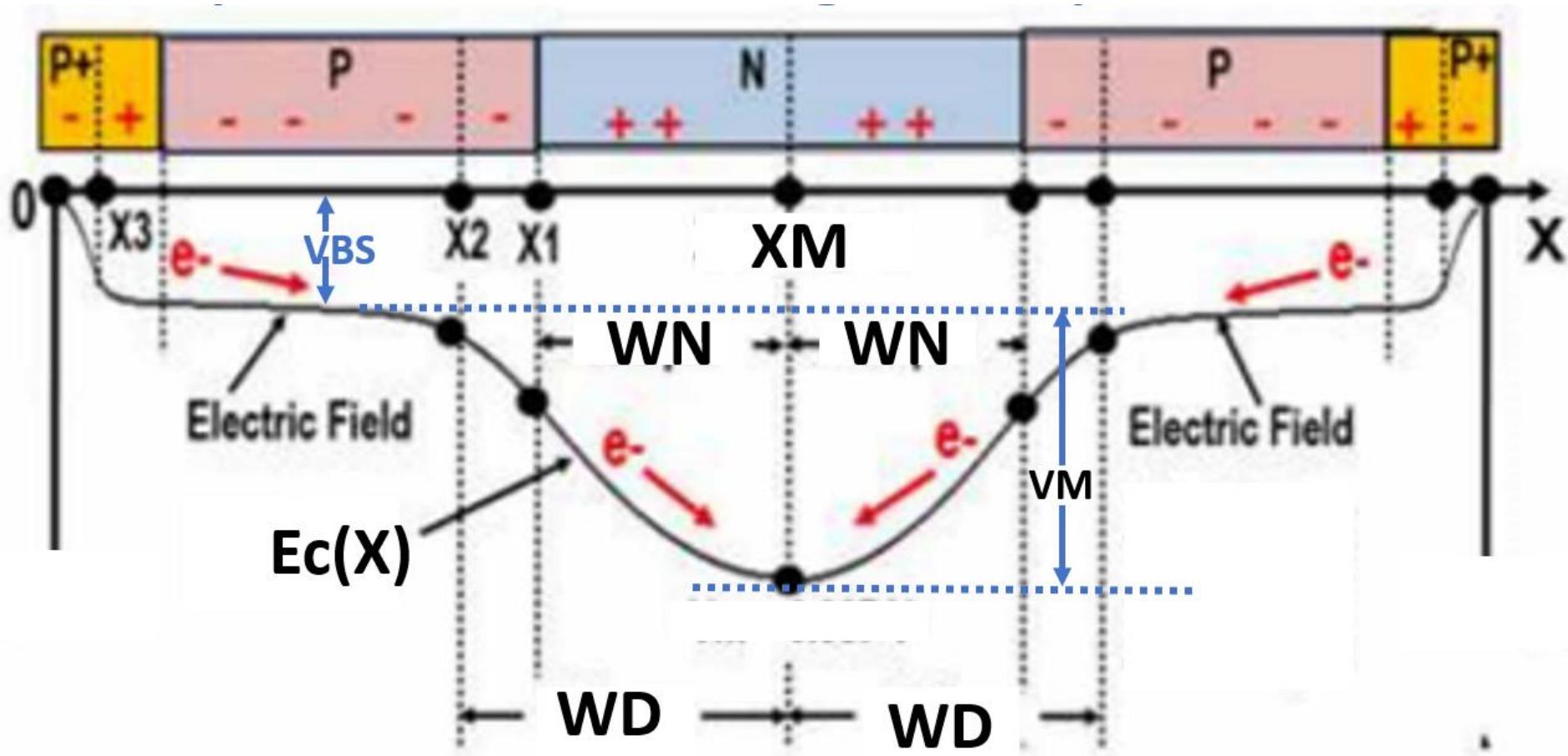
- 受光素子とは何か？
- 電荷転送装置 (CTD) とは？
- 感度 [Sensitivity] とは？
- CCD Image Sensor とは？
- CMOS Image Sensor とは？



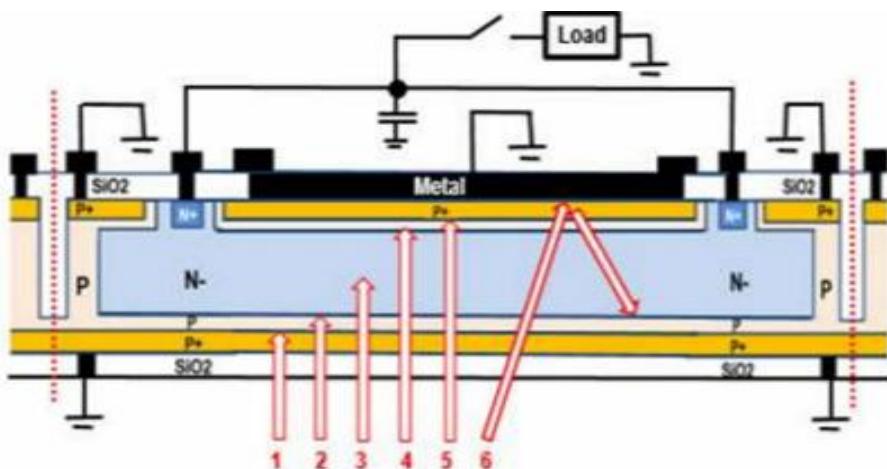
P+PNPP+ Double Junction type Solar Cell (JPA2020-131313, Aug 1, 2020)



P+PNPP+ Double Junction type Solar Cell (JPA2020-131313, Aug 1, 2020)

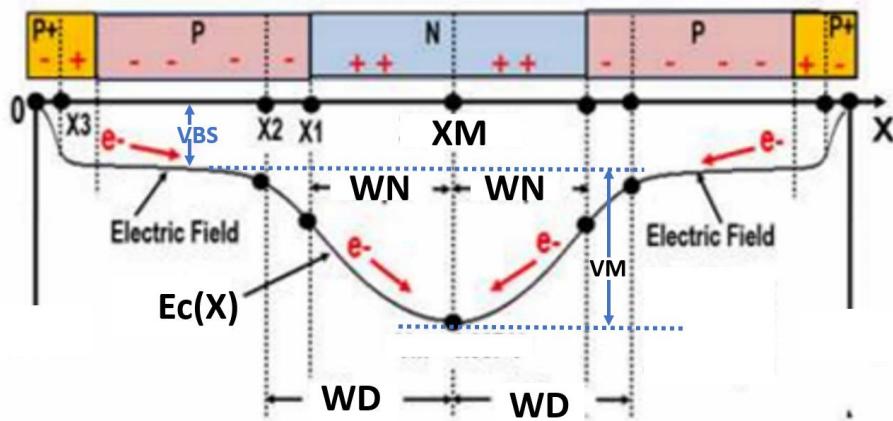


Surface Barrier Potential : $V_{BS} = kT \ln (P+/P)$;
Depletion Width : $WD = \sqrt{2 Esi VM / DNP}$;
 $DNP = (DN)(DP) / (DN+DP)$;



(1) Intel, 1968

Prof. Bob Bower, UC Davis
Prof. James Mayor, Caltech

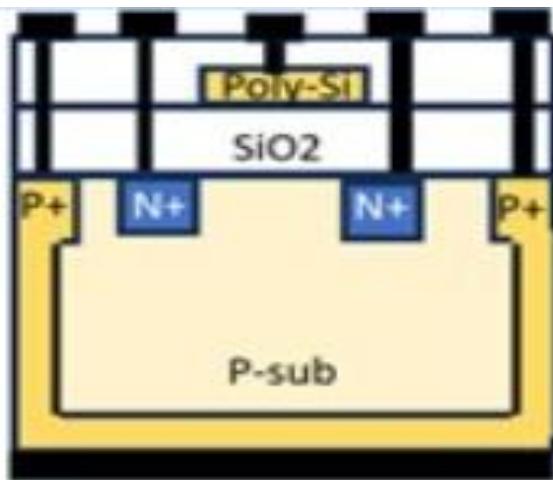


(2) Sony, 1978

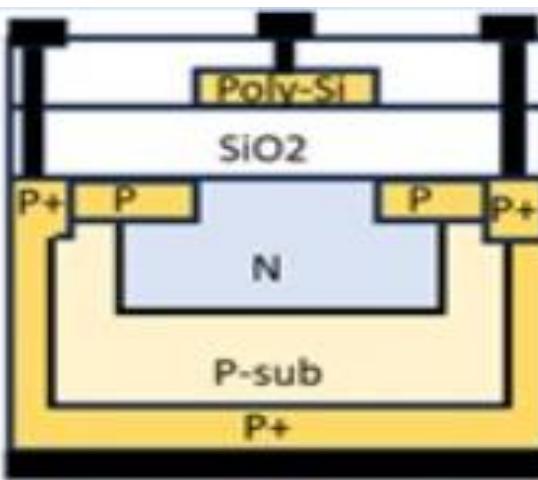
@SSDM1978, Tokyo Japan
Yoshiaki Hagiwara, Sony

(3) Harl, 2000

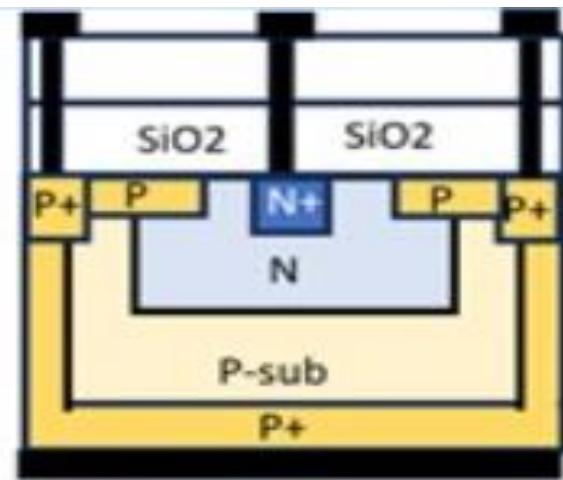
JPA2020-131313
Yoshiaki Hagiwara, Harl



Source-and-Drain Self-aligned Formations of Digital MOS Transistors using Poly Si Gate for Masking Ion-implantation.

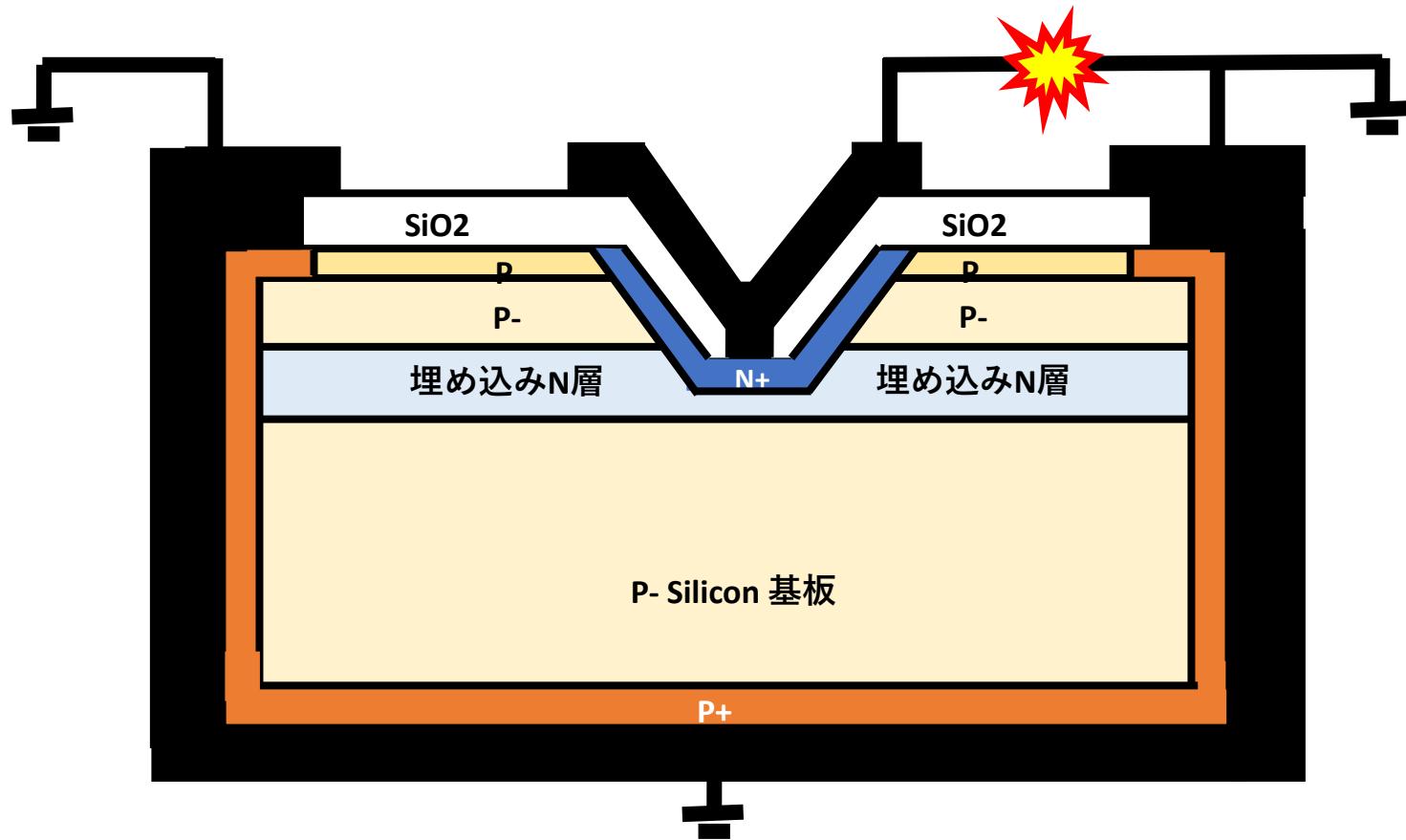


Self-aligned Multi-junction Photo Sensors using Poly Si Charge-Transfer MOS Gates for Masking Ion-implantation.

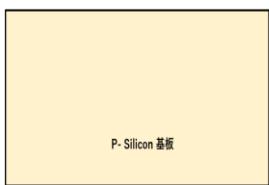


High-Energy Low-Concentration Ion-implantation used for Multi-junction Photodiodes for Highly Efficient Solar Cells.

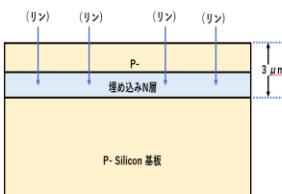
新素子製造方法



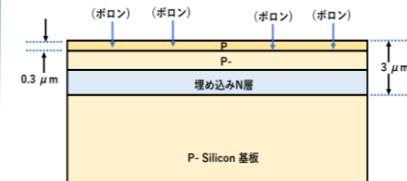
新素子製造方法



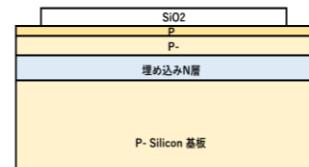
1. 非常に結晶性の良いP型高抵抗値のシリコン基板を使う



2. 高エネルギーイオン打ち込み装置で、(リン)イオンをwafer前面に、深く($X_t \sim 3 \mu\text{m}$)打ち込みをして、低濃度の埋め込みN層(N)を形成する。
N層の濃度 $\text{DP} \sim 1000 \text{ cm}^{-3}$;



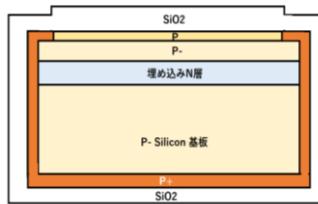
3. 低エネルギーイオン打ち込み装置でwaferの全面に、(ボロン)イオンを浅く($X_t = 0.3 \mu\text{m}$;)打ち込み、比較的濃度の濃い表面P層($\text{DPP}=500\text{cm}^{-3}$)を形成する。



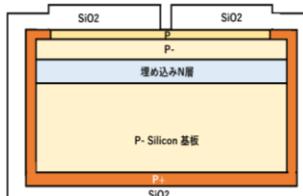
4. MASK 0 1：酸化膜を全面に形成し、周辺と側面と裏面の酸化膜は除去する。受光表面となる領域だけ酸化膜を残す。



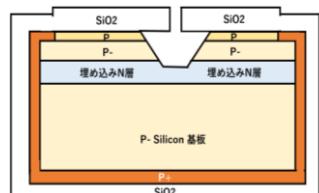
5. 受光表面の周辺領域と側面と裏面の全域に熱拡散で高度の濃いP+領域を形成する。



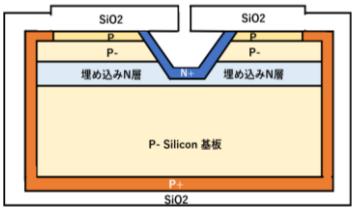
6. 全面に熱拡散で酸化膜を形成する。



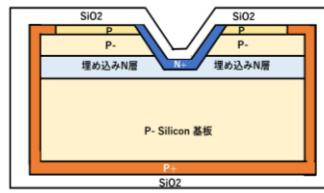
7. MASK 0 2：受光表面の酸化膜に、小さな面積のN+領域形成の為のコンタクト窓を開ける。



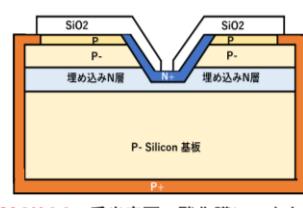
8. N+出力端子用の小さな面積の窓を通して、KOH液でシリコンをEtchingする。



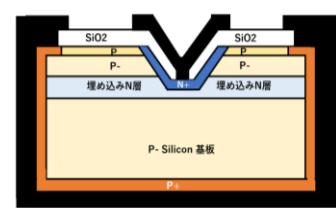
9. N+出力端子用の小さな面積の窓を通して、熱拡散で出力端子用のN+領域を形成する。



10. 受光表面の酸化膜を除去して再度酸化する。

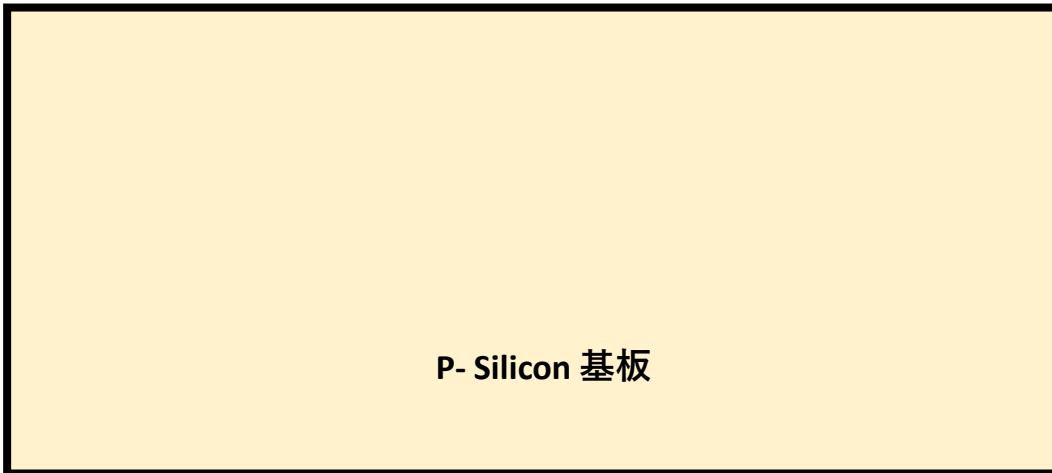


11. MASK 0 3：受光表面の酸化膜に、小さな面積のN+出力金属端子用のコンタクト窓を開ける。
側面と裏面の酸化膜も除去する。



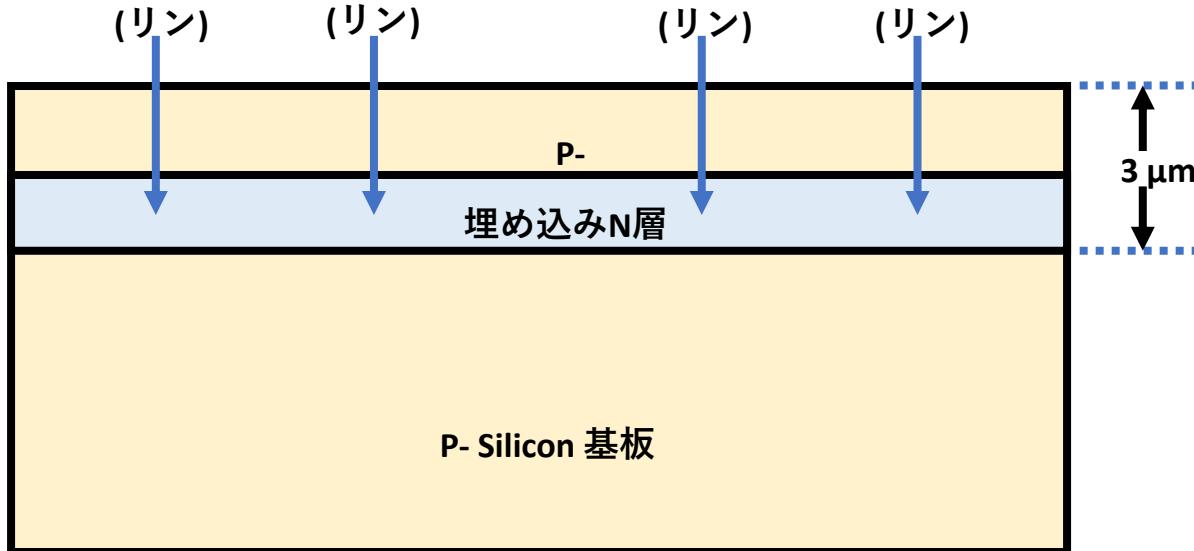
12. Mask 0 4：アルミニウム配線用の金属膜を蒸着してGND接続用端子と出力端子の金属配線を形成する。

新素子製造方法



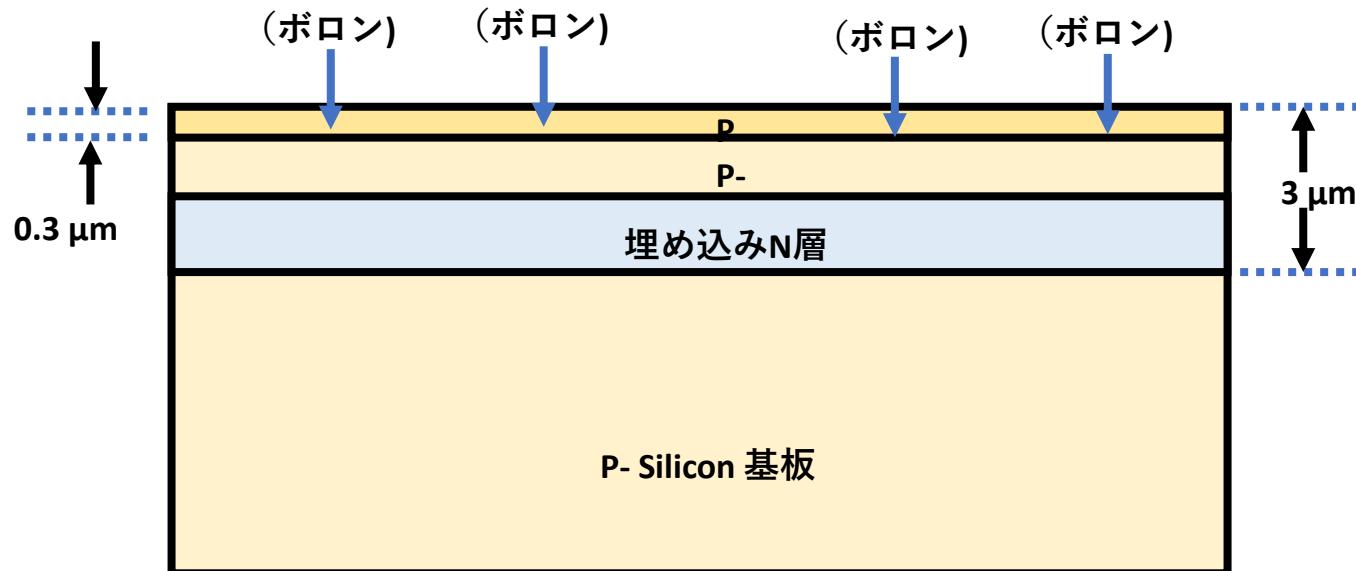
1. 非常に結晶性の良いP-型高抵抗値のシリコン基板を使う
 $P\text{- type Silicon Wafer}$ 基板抵抗値 = $100\Omega\text{cm}$;
基板の不純物原子（ボロン）の濃度(DP)= 100 cm^{-3} ;

新素子製造方法



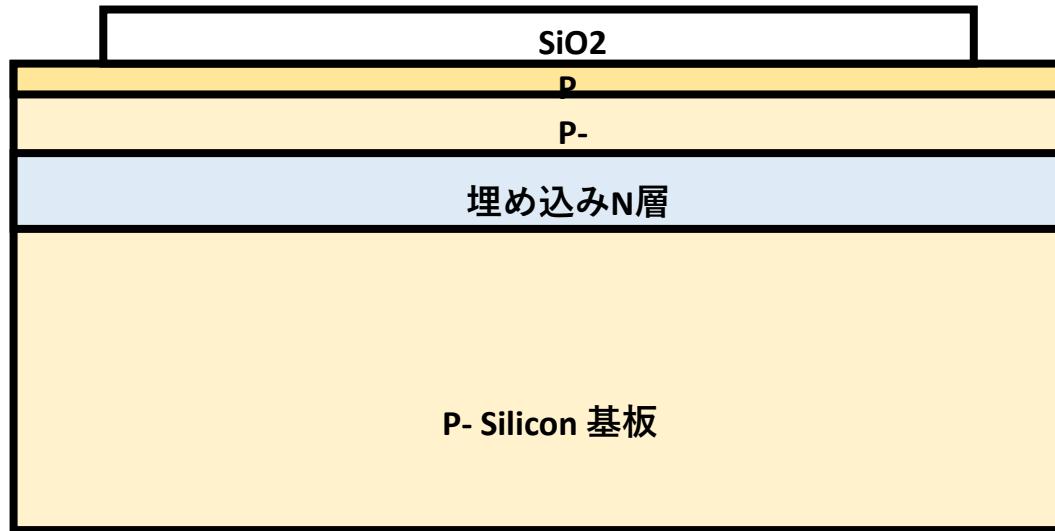
2. 高エネルギーイオン打ち込み装置で（リン）イオンを wafer 受光表面の全面に、深く打ち込む。
低濃度の埋め込みN層 { $X_j \sim 3 \mu m$; } を形成する。
N層の濃度 $DP \sim 200 cm^{-3}$;

新素子製造方法



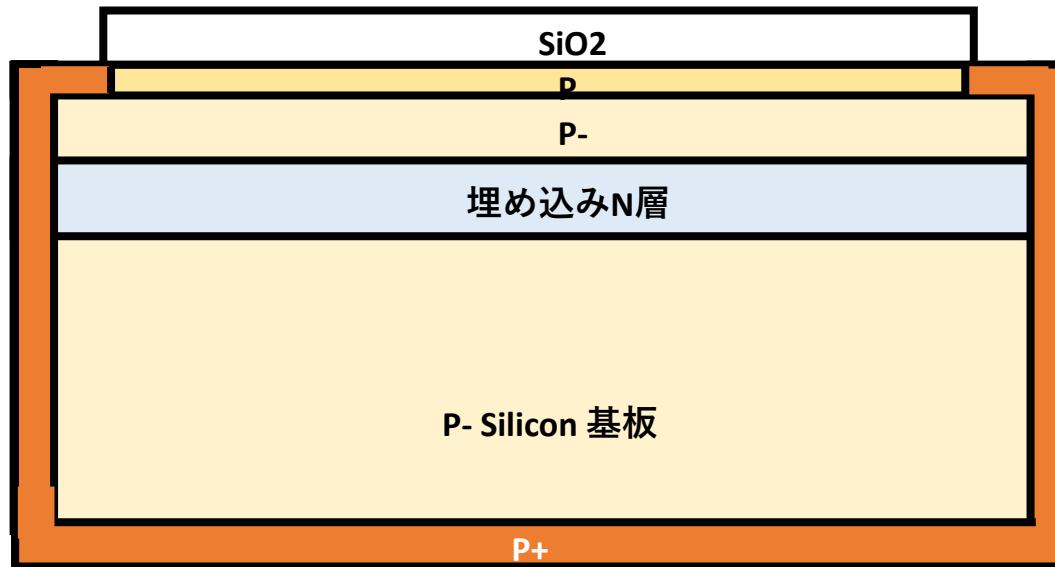
3. 低エネルギーイオン打ち込み装置で wafer の全面に、
(ボロン) イオンを浅く { $X_j = 0.3 \mu\text{m}$; } 打ち込み、
比較的濃度の濃い表面 P 層 { $D_{PP} = 500\text{cm}^{-3}$; } を形成する。

新素子製造方法



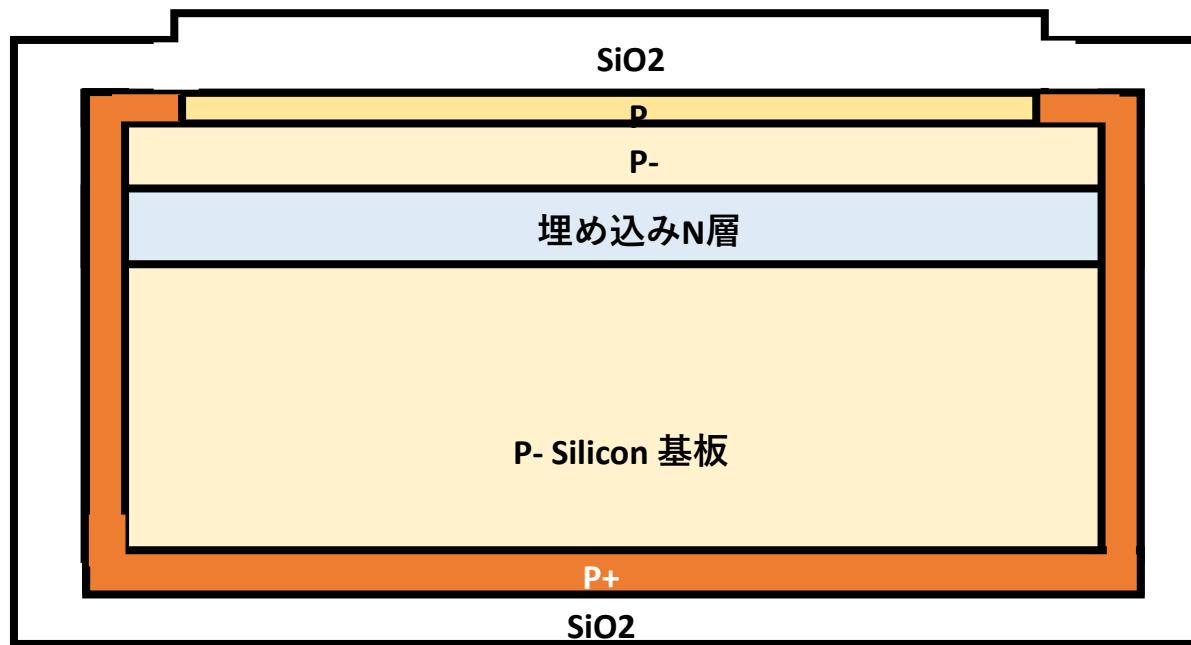
4. **MASK 0 1** : 酸化膜を全面に形成し、
周辺と側面と裏面の酸化膜は除去する。
受光表面となる領域だけ酸化膜を残す。

新素子製造方法



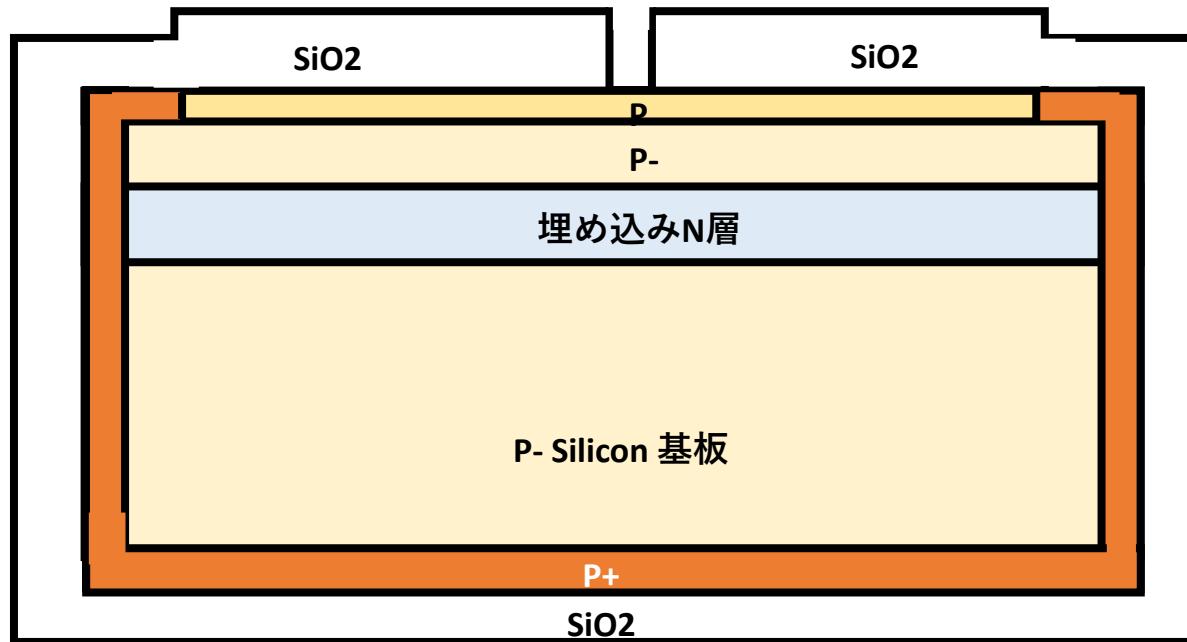
5. 受光表面の周辺領域と側面と裏面の全域に
熱拡散で高度の濃いP+領域を形成する。

新素子製造方法



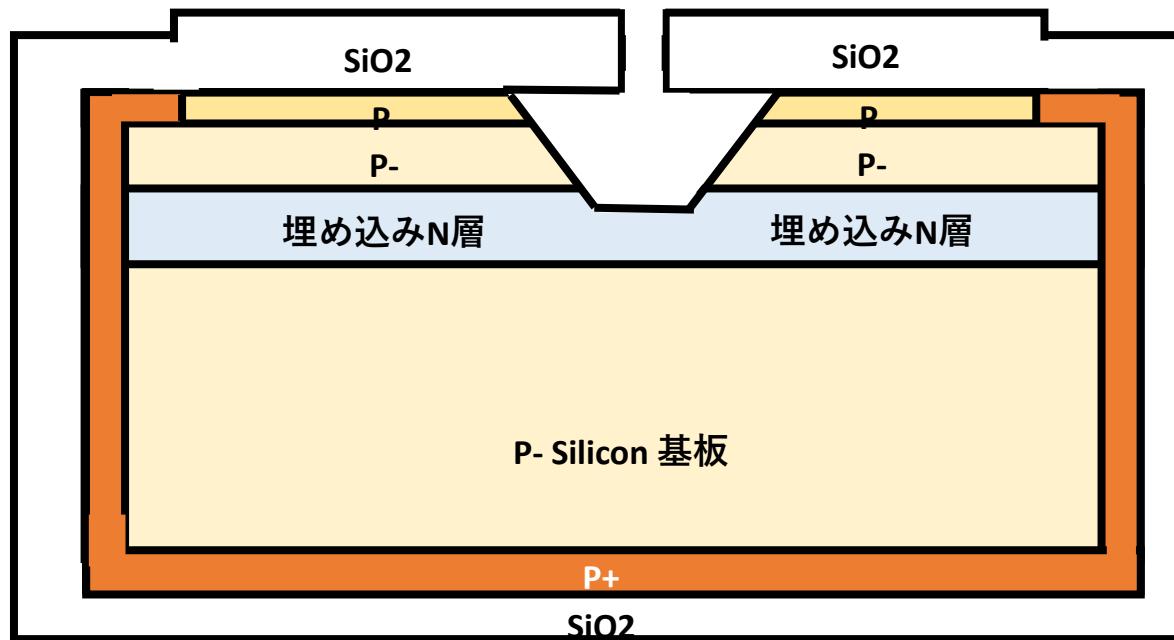
6. 全面に熱拡散で酸化膜を形成する。

新素子製造方法



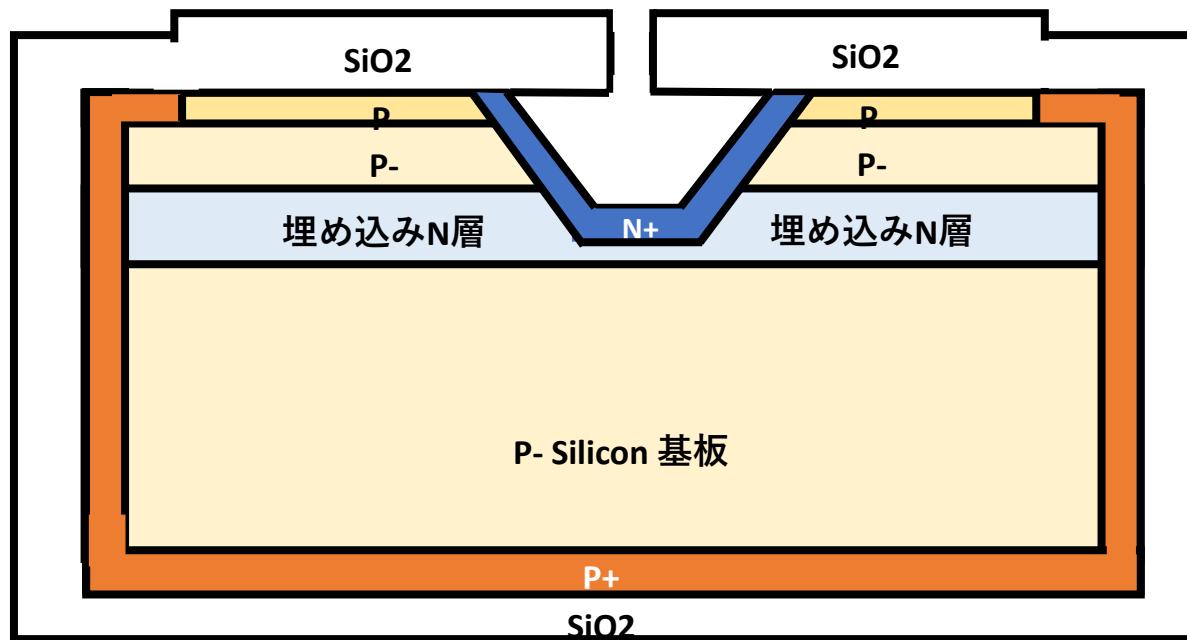
7. **MASK 0 2** : 受光表面の酸化膜に、小さな面積の
N+領域形成の為のコンタクト窓を開ける。

新素子製造方法



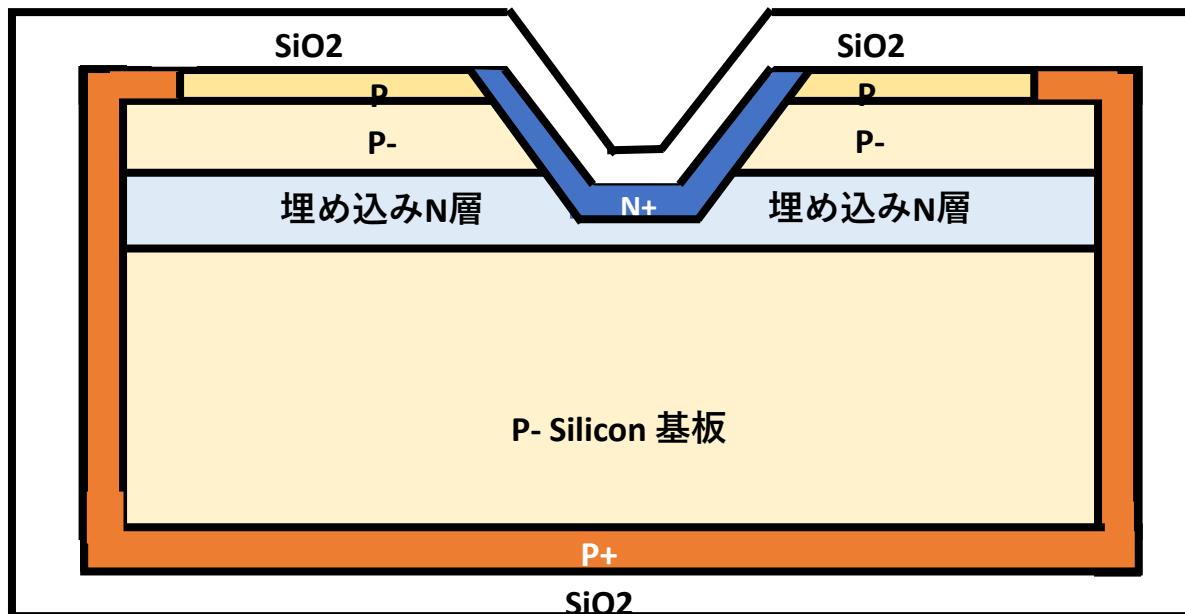
8. N+出力端子用の小さな面積の窓を通して、
KOH液でシリコンをEtchingする。

新素子製造方法



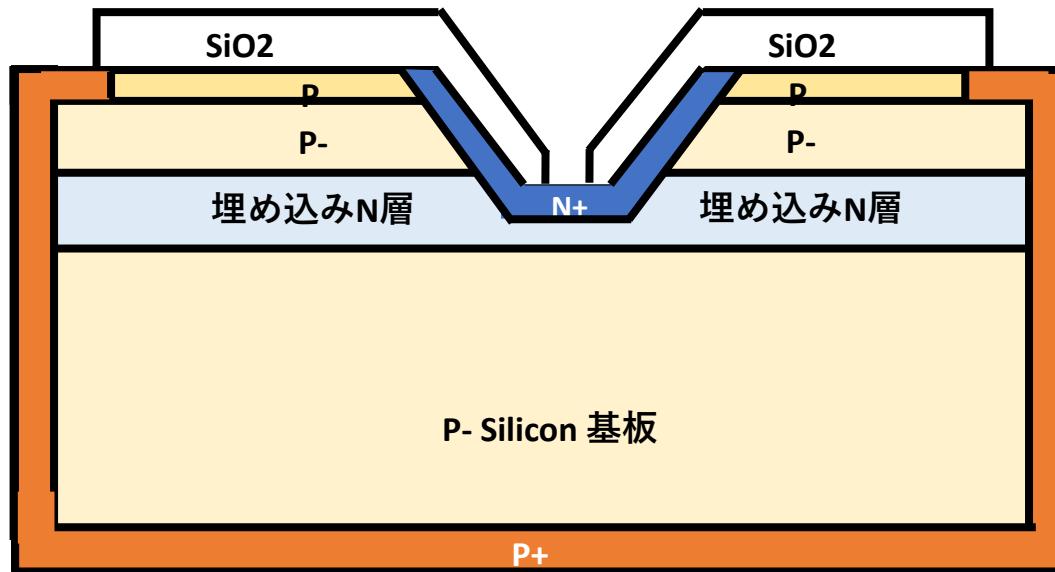
9. N+出力端子用の小さな面積の窓を通して、熱拡散で出力端子用のN+領域を形成する。

新素子製造方法



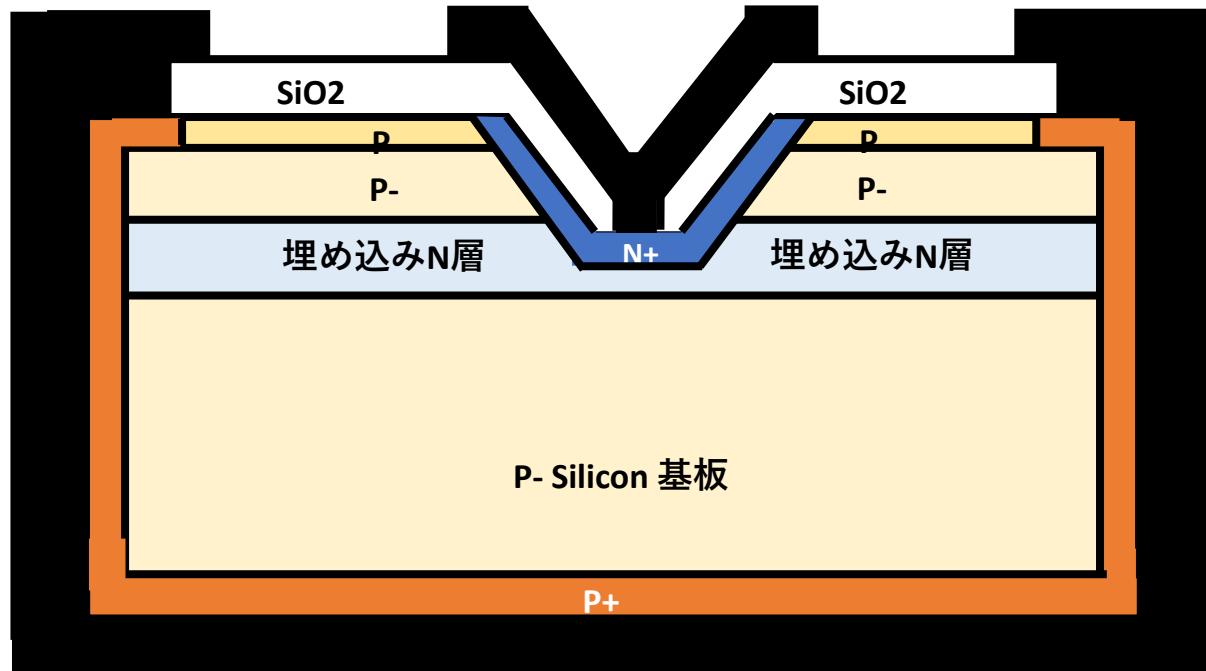
10. 受光表面の酸化膜を除去して再度酸化する。

新素子製造方法



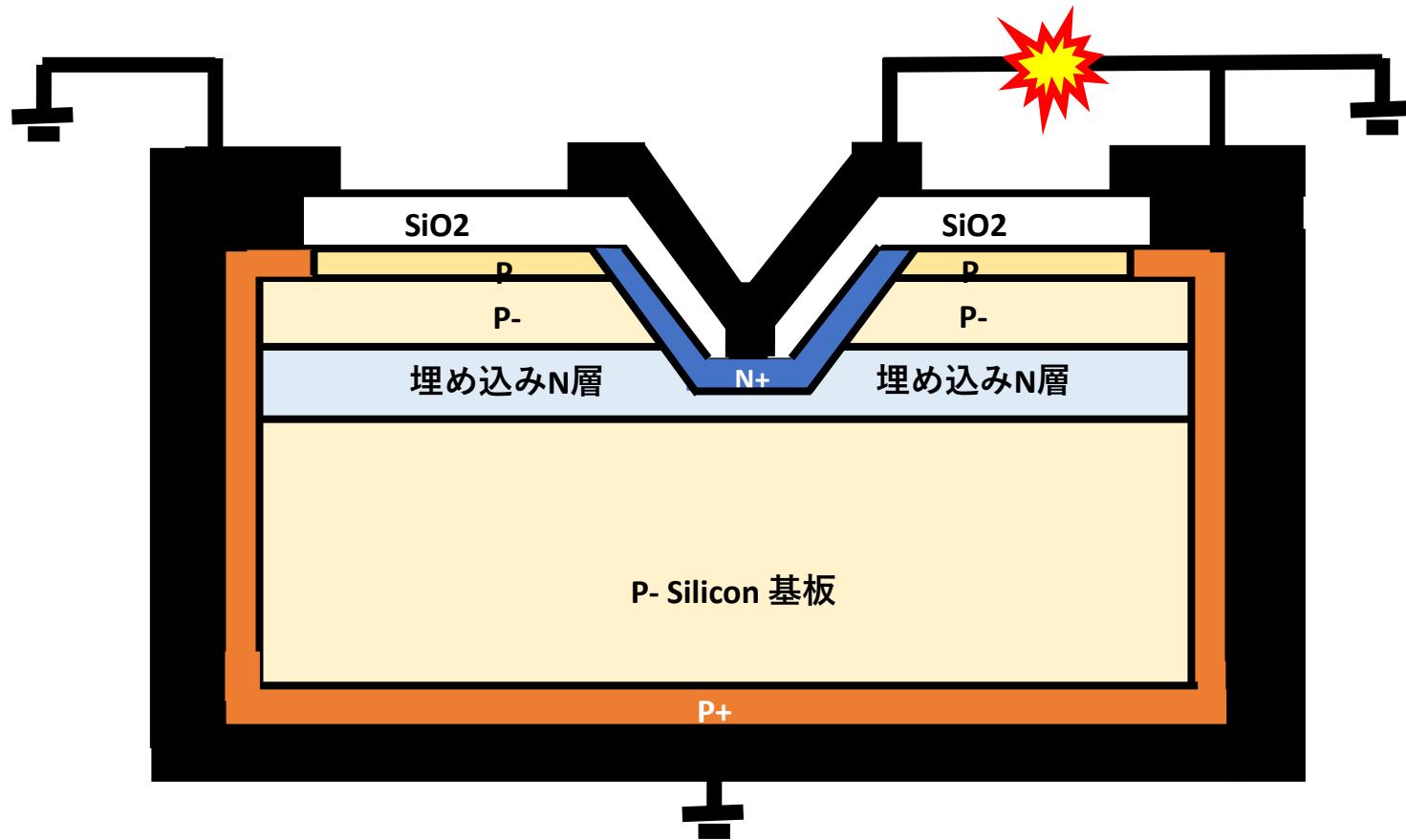
11. **MASK 03**：受光表面の酸化膜に、小さな面積の
N+出力金属端子用のコンタクト窓を開ける。
側面と裏面の酸化膜も除去する。

新素子製造方法

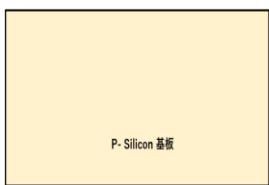


12. **MASK 0 4** : アルミ金属配線用の金属膜を蒸着して
GND接地用端子と出力端子の金属配線を形成する。

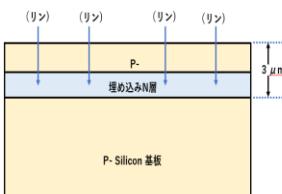
新素子製造方法



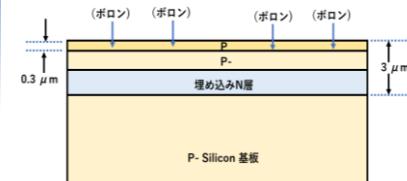
新素子製造方法



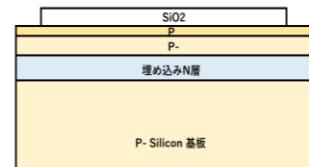
1. 非常に結晶性の良いP型高抵抗値のシリコン基板を使う



2. 高エネルギーイオン打ち込み装置で、(リン)イオンをwafer前面に、深く($X_t \sim 3 \mu\text{m}$)打ち込みをして、低濃度の埋め込みN層(N)を形成する。
N層の濃度 $\text{DP} \sim 1000 \text{ cm}^{-3}$;



3. 低エネルギーイオン打ち込み装置でwaferの全面に、(ボロン)イオンを浅く($X_t = 0.3 \mu\text{m}$;)打ち込み、比較的濃度の濃い表面P層($\text{DPP}=500\text{cm}^{-3}$)を形成する。



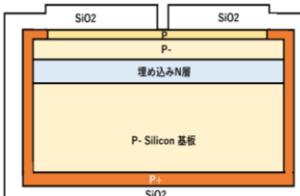
4. MASK 0 1：酸化膜を全面に形成し、周辺と側面と裏面の酸化膜は除去する。受光表面となる領域だけ酸化膜を残す。



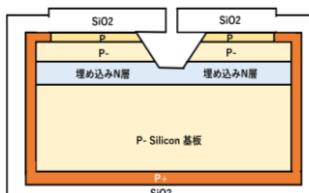
5. 受光表面の周辺領域と側面と裏面の全域に熱拡散で高度の濃いP+領域を形成する。



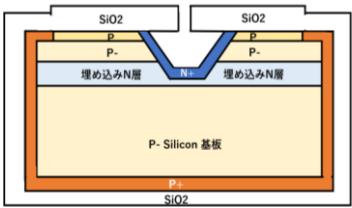
6. 全面に熱拡散で酸化膜を形成する。



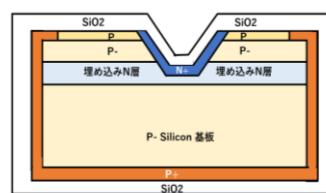
7. MASK 0 2：受光表面の酸化膜に、小さな面積のN+領域形成の為のコンタクト窓を開ける。



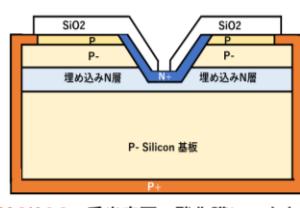
8. N+出力端子用の小さな面積の窓を通して、KOH液でシリコンをEtchingする。



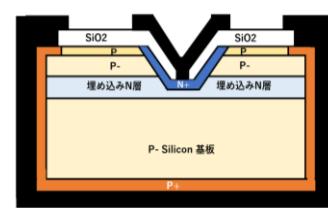
9. N+出力端子用の小さな面積の窓を通して、熱拡散で出力端子用のN+領域を形成する。



10. 受光表面の酸化膜を除去して再度酸化する。



11. MASK 0 3：受光表面の酸化膜に、小さな面積のN+出力金属端子用のコンタクト窓を開ける。
側面と裏面の酸化膜も除去する。



12. Mask 0 4：アルミニウム配線用の金属膜を蒸着してGND接続用端子と出力端子の金属配線を形成する。

神奈川県 厚木市 合同会社 LOCOMTEC 萩原AIPS研究所
Hagiwara Artificial Intelligence Partner System Research Laboratory

<https://locomtec.jp/harl-1>

鉄腕アトムは半導体部品で構成され創られています。
鉄腕アトムの賢い電子の目は太陽の光を吸収して
光エネルギーを電気エネルギーに変換します。
鉄腕アトムの賢い電子の目は太陽電池でもあります。
賢い電子の目は半導体で造られます。

[Mathematics and Physics of Semiconductor Devices by Yoshiaki Hagiwara AIPS_01.mp4](#)
[Publication List by Yoshiaki Hagiwara.html](#)

半導体とは？



[Mathematics and Physics of Semiconductor Devices by Yoshiaki Hagiwara AIPS.pdf](#)
[How to make Multi Junction Solar Cell Yoshiaki Hagiwara.html](#)
[小学生用半導体基礎講座 講師 萩原良昭.html](#)
[SSIS 半導体講座2022 イメージセンサ 賢い電子の目 萩原良昭講師.pdf](#)

Global High-Tech Award

ロボットやスマフォ等で使う超光感度半導体受光素子の発明(1975)と開発(1975-2008)を通じてSONYだけでなく世界のIT産業に貢献しました。

State Award of the Republic of Armenia for Global Contribution to Humanity Through High-Tech

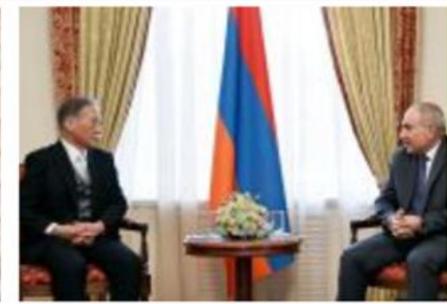


YEREVAN — The 15th award ceremony for the Republic of Armenia's State Award for Global Contribution to High Technologies took place today.

Prime Minister Nikol Pashinyan, President Vahagn Khachaturyan, representatives of the legislative and executive branches, and other guests attended the event.

PM Pashinyan presented the award to Japanese scientist Yoshiaki Damon Hagiwara—founder of the AIPLAB consortium and president of the LOCOMTEC AIPS Laboratory for Artificial Intelligence Partner Systems.

<https://globalitaward.am/en/news/-dr.-hagiwara-s-visit-to-armenia>



令和7年度
厚木市教育委員会表彰式



令和7年度（2025年）は厚木市の市制70周年記念の年です。



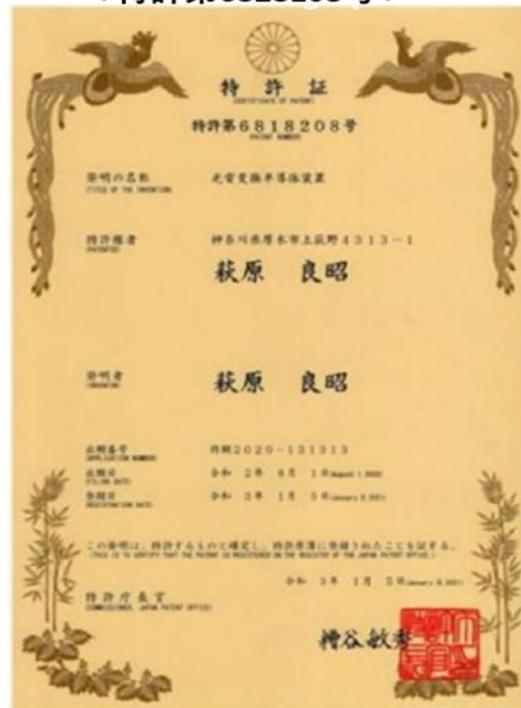
募金活動のご案内：責任者 萩原良昭 080-2062-5657

今では人類の財産となり、広くスマフォ等に使われている超光感度半導体受光素子は、SONY（萩原良昭）が1975年3月5日に発明し、1977年に開発し、東京で開催の学会 SSDM1977 で初めて学会発表したものです。今度は新型太陽電池に使う事に挑戦します。

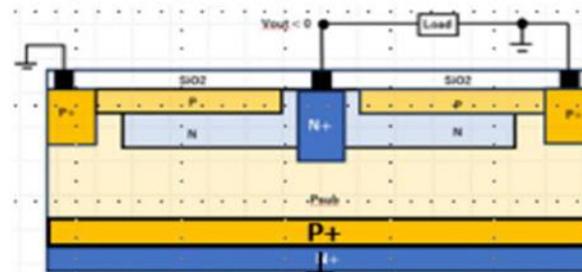
[Mathematics and Physics of Semiconductor Devices by Yoshiaki Hagiwara AIPS.pdf](#)

[How to make Multi Junction Solar Cell Yoshiaki Hagiwara.html](#)

1975年にSONY(萩原)が発明開発したイメージセンサー技術を基礎にしており、製造方法は非常に単純で安価に生産できます。
<特許第6828108号>

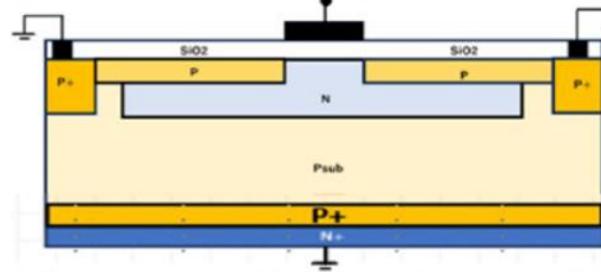


Pinned Photodiode type Solar Cell JPA2020-131313



Gate Oxide thickness $0.13 \mu\text{m}$
Surface P region $1 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$
Buried N region $4.26 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$
P substrate region $1 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$
Backside N+ region $1 \times 10^{20} \text{ cm}^{-2}$

Sony SSDM1977/1978 Photo Sensor Device



Gate Oxide thickness $0.13 \mu\text{m}$
Surface P region $2 \times 10^{13} \text{ cm}^{-2}$
Buried N region $1.7 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$
P substrate region $5 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$
Backside N+ region $1 \times 10^{20} \text{ cm}^{-2}$

2020年8月1日出願 <特許出願番 第2020-131313号>

太陽光エネルギーはすべての国、人類みんなの財産です。

Help!! この新型ダブル接合型太陽電池の原理試作のために開発資金が必要です。

応援募金 の額はいくらからでも結構です。下記口座に入金をお願い申し上げます♡

三菱UFJ銀行 厚木支店 店番707 口座番号 0456308 名義者 萩原良昭 (ハギワラヨシアキ)

太陽光エネルギーは人類みんなの夢です。世界中の友達に応援をお願いします♡