****

数値計算法　　演習問題 01

****

今週の目標： まず、 教科書 （pp.1～16） を精読すること。

また同時に、 教科書全体にも目を、何度も通すこと。

****

期待される仕事は、まず 教科書（pp.1～16） の 16 ページの精読です。

次に、教科書全体の基本にかかわる演習問題01を、基本から理解すること。

理解した内容は必ずメモ書きし、提出シート01 に記載すること。

忘れても、再度読めば理解できるように自分のために記載すること。

暗記力にたよらない作業ですが、しっかり時間をかけて努力してください。

****

1.01　10進法数　D[ ]＝41.6875 を２進法数に変換しなさい。

1.02　２進法数　B[ ]＝101001.011 を 10進法数に変換しなさい。

1.03　半精度(16bit),,倍精度(64bit),４倍精度(128bit)の各場合の
IEEE574形式を説明せよ。例外処理の場合についても説明せよ。

1.04　10進法小数　N32=14.5 の時、単精度(32bit)IEEE574形式 N32[ ]を求めよ。

1.05　10進法数のわり算を使って、２進法小数＝0.10111 を例に、
10進法小数に変換する方法を説明せよ。

1.06　２進法数のわり算を使って、10進法小数＝785.43 を例に、
２進法小数に変換する方法を説明せよ。

1.07　２進法整数＝01101000 を10進法で表記せよ。

1.08　10進法整数＝72 を２進法で表記せよ。

1.09　２進法小数＝0.011 を10進法で表記せよ。

1.10　10進法小数＝0.3125 を２進法で表記せよ。

1.11　10進法数=-0.098 を10進浮動小数点数形式で表記せよ。

****

Quiz01

次の 16 進法数を 10 進法数および２進法数に変換すると、

$$(ABCDEF)_{16} = (11259375)_{10}$$

$$= (1010\ 1011\ 1100\ 1101\ 1110\ 1111)_2$$

となることを確認せよ。

数値計算法 シート①

1.01 10進法数を2進法数に変換する.

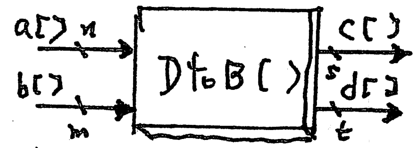
10進法数 41.6875 を $D[\ ] = (41.6875)_{10}$ と表記する.

$D[\ ] = \{a[\ ].b[\ ]\}_{10}$ として. $\begin{pmatrix} a[\ ] = (41)_{10} \\ b[\ ] = (0.6875)_{10} \end{pmatrix}$ にわける.

$a[0]=1$; $a[1]=4$;

$b[0]=6$; $b[1]=8$; $b[2]=7$; $b[3]=5$; となる.

整数部分 $a[\ ]=(41)_{10}$ の変換 (2で割って行く!)



$$
\left.\begin{aligned}
41 &= 20\times2+1\\
20 &= 10\times2+0\\
10 &= 5\times2+0\\
5 &= 2\times2+1\\
2 &= 1\times2+0\\
1 &= 0\times2+1
\end{aligned}\right\}
$$

→ $(41)_{10}=(101001)_2$ となる.

↑ (2進法数のけた順)

$\begin{pmatrix} 2^0=1 & 2^1=2 & 2^2=4 & 2^3=8 & 2^4=16 & 2^5=32 \\ 2^6=64 & 2^7=128 & 2^8=256 & 2^9=512 & 2^{10}=1024 & \cdots \end{pmatrix}$

(2^{10} は約 10^3 ; 2^{20} は約 10^6 ; 2^{30} は約 10^9)

小数部分 $b[\ ]=(0.6875)_{10}$ の変換 (2でかけ算をして行く!)

$$
\begin{aligned}
0.6875\times2 &= 1.3750\\
0.3750\times2 &= 0.7500\\
0.7500\times2 &= 1.5000\\
0.5000\times2 &= 1.0000
\end{aligned}
$$

(小数部分がゼロでやめる!!)

(この場合、(1011)で小数部分がゼロになり完了するが、10進法数の中には、永遠にゼロにならない数が多数ある...)

$(0.6875)_{10}=(0.1011)_2$ となる.

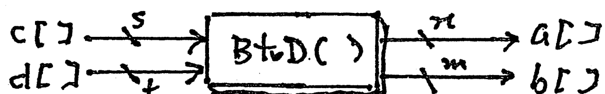
(例) $(0.7)_{10}=(0.1011001100110\cdots)_2$ (0110)をくり返す...

ここで 2進法数を $B[\ ]=\{c[\ ].d[\ ]\}_2$ と表記する.

$c[\ ]=(101001)_2$; $d[\ ]=(0.1011)_2$; となる.

$$
\boxed{\begin{aligned}
&D[\ ]=\{a[\ ].b[\ ]\}_{10} = B[\ ]=\{c[\ ].d[\ ]\}_2\\
&D[\ ]=(41.6875)_{10} = B[\ ]=(101001.1011)_2 \text{ となる.}
\end{aligned}}
$$

1.02 2進法数を10進法数に変換する.



(2進法数) $= B[\ ]=\{c[\ ].d[\ ]\}_2=(101001.1011)_2$ とすると.

(10進法数) $= 1\times1+2\times0+4\times0+8\times1+16\times0+32\times1$

$+1\times0.5+0\times0.25+1\times0.125+1\times0.0625$

$=(41.6875)_{10}=D[\ ]=\{a[\ ].b[\ ]\}$ となる.

(単純に 2^k の10進法数を用意しておいて、それぞれ、a[ ]とb[ ]の値が1の時 加算して行けば良い。いずれにせよ、C-program が可能である.)

1.03 IEEE 574形式の浮動小数実数の表記方法について説明せよ。(デジタル回路の世界 pp.77~85を参照)

① 16ビット半精度の場合 (1−A<a<A の場合)

$$N16 = (-1)^s (1.m)\, 2^a = (-1)^s (1.m)\, 2^{e-15} = \{\overbrace{s, e[\,], m[\,]}^{1+5+10}\}_2 = N16[\,] \text{ とする。}$$

ここで $(0<e<31\ ;\ -15<a<16\ ;)$ とする。従って $2^5=32$ より e[ ] は5ビット長。

m[ ] は $(16-1-5)=10$ ビット長とする。M=10, A=16 とする。

② 32ビット単精度の場合 (1−A<a<Aの場合) (p.16 教科書)

$$N32 = (-1)^s (1.m)\, 2^a = (-1)^s (1.m)\, 2^{e-127} = \{\overbrace{s, e[\,], m[\,]}^{1+8+23}\}_2 = N32[\,] \text{ とする。}$$

ここで $(0<e<255\ ;\ -127<a<128=A\ ;)$ とする。$2^8=256$ より e[ ] は8ビット長。

m[ ] は $M=32-1-8=23$ ビット長とする。M=23, A=128 とする。

③ 64ビット倍精度の場合 (1−A<a<Aの場合) (p.17 教科書)

$$N64 = (-1)^s (1.m)\, 2^a = (-1)^s (1.m)\, 2^{e-1023} = \{s, e[\,], m[\,]\}_2 = N64[\,] \text{ とする。}$$

ここで $(0<e<2047\ ;\ -1023<a<1024=A\ ;)$ とする。$2^{11}=2048$ より e[ ] は11ビット長。

m[ ] は $M=64-1-11=52$ ビット長とする。M=52, A=1024 とする

④ 128ビット4倍精度の場合 (1−A<a<Aの場合)

$$N128 = (-1)^s (1.m)\, 2^a = (-1)^s (1.m)\, 2^{e-16383} = \{\overbrace{s, e[\,], m[\,]}^{1+15+112}\}_2 = N128[\,] \text{ とする。}$$

ここで $(0<e<32767\ ;\ -16383<a<16384=2^{14}=A\ ;)$ とする。$2^{15}=32768$ より e[ ] は15ビット長

m[ ] は $M=128-1-15=112$ ビット長とする。M=112, A=16384 とする

⑤ 例外処理 (1) a=A の時
(m≠0 の時 非数 (NaN) = $\frac{0}{0}$ (not a number) とする。
m=0 の時 $(-1)^s \times \infty$ を意味するとする。

(通常は 1−A<a<A)

(2) a=1−A の時
(m=0 の時 $(-1)^s \times 0 = \pm 0$ を意味するとする。
m≠0 の時 $(-1)^s \times (0.m)_2\, 2^{a+1}$ を意味するとする。

(デジタル回路の世界 p.79 の flowchart 図1-4-2参照)

1.04 N32=14.5 の時、IEEE 574形式 N32[ ] を求めよ。

$N32 = (14.5)_2 = (1110.1)_2$ とする。
$(8+4+2+0.5=14.5)$

(M=23, A=128 より、$a=3 \neq 128=A$
また $a=3 \neq -127=1-A$
(従って 1−A<a<A の場合である。)

$N32 = (-1)^s \times (1.m) \times 2^a$ から、
$N32 = (-1)^0 \times (1.1101) \times 2^3$ となる → a=3

$s=0;\ m[\,] = (\underbrace{110}_{3ビット} \mid \underbrace{1000000000}_{10ビット} \mid \underbrace{0000000000}_{10ビット})_2 = (23ビット長)$

$a=3=e-127$ より $e=(130)_{10} = (10000010)_2 = (8ビット長)$
(128+2=130)

$N32[\,] = \{s, e[\,], m[\,]\}_2$ より、

N32[ ] = | 0 | 10000010 | 110 | 1000000000 | 0000000000 |

(32ビット) = (1ビット) + (8ビット) + (23ビット) となる

1.05 10進法数のわり算を使って、2進法数小数を10進法数小数に変換する方法を説明せよ.

2進法数小数 $(0.10111)_2$ を例にとって説明する.

$$(0.10111)_2 = \frac{(10111)_2}{(100000)_2} = \frac{2^4+2^2+2+1}{2^5} = \frac{16+4+2+1}{32} = \frac{23}{32} = 0.71875 \leftarrow$$

（最後は電卓などを使う!!）

1.06 2進法数のわり算を使って. 10進法数小数を2進法数小数に変換する方法を説明せよ.

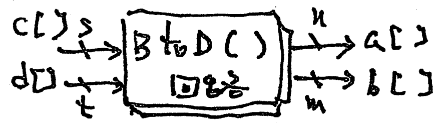
10進法数小数 $(785.43)_{10}$ を例にとって説明する.

$$(785.43)_{10} = \frac{(78543)_{10}}{(100)_{10}} = \frac{(10011001011001111)_2}{(1100100)_2}$$

$(785.43)_{10} = (110001000.01101110000101000111\cdots)_2$ となる!!

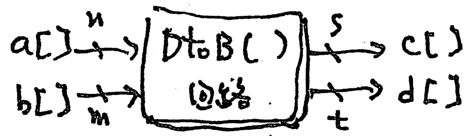
1.07 2進法数整数 $(01101000)_2$ を10進法で表記せよ.

$$(\underset{64}{0}\underset{32}{1}\underset{16}{1}\underset{8}{0}\underset{4}{1}\underset{2}{0}\underset{1}{0}0)_2 = (64+32+8)_{10} = (104)_{10} \leftarrow$$



1.08 10進法数整数 72 を2進法で表記せよ.

$$(72)_{10} = (64+8)_{10} = (\underset{64}{1}00\underset{8}{1}000)_2 \leftarrow$$



1.09 2進法数小数 $(0.011)_2$ を10進法数で表記せよ.

$$(0.0\underset{\frac{1}{4}}{1}\underset{\frac{1}{8}}{1})_2 = \left(\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right)_{10} = (0.25+0.125)_{10} = (0.375)_{10} \leftarrow$$

1.10 10進法小数 (0.3125) を2進法数で表記せよ.

$$(0.3125)_{10} = (0.25+0.0625)_{10} = \left(\frac{1}{4}+\frac{1}{16}\right)_{10} = (0.0\underset{\frac{1}{4}}{1}0\underset{\frac{1}{16}}{1})_2 \leftarrow$$

1.11 10進浮動小数点数形式で $(-0.098)_{10}$ を表記せよ.

(p.11の図1.9も参照)

p.30 演習問題 [2] 参照 答.

9ビットの10進浮動小数点数形式 $N9[\,] = \{s, e[\,], m[\,]\}_2$ の事である.

（符号sは1ビット; 指数部e[ ]はE=2ビット; 仮数部m[ ]はM=6ビット; とする.）

（1ビット + 2ビット + 6ビット = 9ビット）

$$N9[\,] = \{s, e[\,], m[\,]\} = (-1)^s(0.m)\times 10^a$$ とする.

（ただし. $a = e - 50$）

符号sの値は (0, 1) をとる. (1ビット)

指数部e[ ]の値は (00, 01, ～, 99) をとる. (10進法数の2ビット=2ケタと呼ぶ)

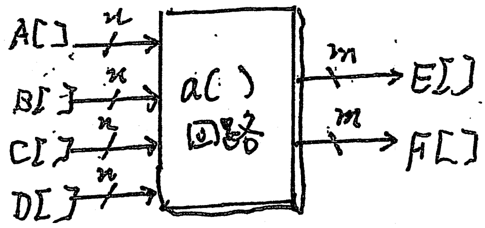
仮数部m[ ]の値は (000000, 000001, ～, 999999) 迄の値をとる.

従って. $(-0.098)_{10} = (-1)^s(0.m)\times 10^a = (-1)^1(0.980000)\times 10^{-1}$

$s=1$; $m[\,]=(980000)$; $a=-1$; $e=49$; $e[\,]=(49)$; (p.231に答あり)

$N9[\,] = \{s, e[\,], m[\,]\} = \boxed{\underset{s}{1} \,|\, \underset{e[\,]}{49} \,|\, \underset{m[\,]}{980000}}$ となる!!

(2進法数小数のたし算・ひき算・かけ算・わり算)




```
******************************************************

        This program computes

  { A[ ].B[ ] }{ C[ ].D[ ] } a( ) --> { E[ ].F[ ] }

******************************************************

{ A[ ].B[ ] } = 11010100.11001111

{ C[ ].D[ ] } = 10011.101

****************** ADD( ) ******************

 Na=8  Nb=8  A[ ].B[ ] = 11010100.11001111

 Nc=5  Nd=3  C[ ].D[ ] = 10011.101

 Ne=8  Nf=8   E[ ].F[ ] = 11101000.01101111

******************************************************

****************** SUB( ) ******************

 Na=8  Nb=8  A[ ].B[ ] = 11010100.11001111

 Nc=5  Nd=3  C[ ].D[ ] = 10011.101

 Ne=8  Nf=8   E[ ].F[ ] = 11000001.00101111

******************************************************

****************** KAKE( ) ******************

 Na=8  Nb=8  A[ ].B[ ] = 11010100.11001111

 Nc=5  Nd=3  C[ ].D[ ] = 10011.101

 Ne=13  Nf=11   E[ ].F[ ] = 1000001010000.01011110011

******************************************************

****************** WARU( ) ******************

 Na=8  Nb=8  A[ ].B[ ] = 11010100.11001111

 Nc=5  Nd=3  C[ ].D[ ] = 10011.101

  Nf = 12


 Ne=4  Nf=12   E[ ].F[ ] = 1010.110110000000

******************************************************
```

たし算

```
   11010100.11001111
+)    10011.101
   11101000.01101111
```

ひき算

```
   11010100.11001111
-)    10011.101
   11000001.00101111
```

かけ算

```
         11010100.11001111
x)          10011.101
            11010.1001100111
          110 1010.0110 0111 1
         1101 0100.0100 111
        1 1010 1001.1001 111
+)   1101 0100 1100.1111
    10000 0101 0000.0101 1110 011
```

わり算

```
                1010.11011
10011.101 ) 11010100.11001111
         -) 10011101
            00110111 1100 1111
         -)  10011101
             10000 1000 1111
         -)   1001 1101
               110 1011 1111
         -)    100 1110 1
                1.1101 0111
         -)     1.0011 101
                0.1001 1101
         -)     0.1001 1101
                0.0000 0000
```