****

応用情報数学　演習問題　10

****

10.01 次のDCDL code で定義された GGH自動制御系の Block図を描き、

その不安定について説明しなさい。

```
define GGH( ) {  input X(t); output Y(t);
    {X(t),C(t)}sub( )->A(t); A(t)G1( )->B(t);
    B(t)G2( )->Y(t);Y(t)H( )->C(t); }
```

入出力関係式を矢印表記形式と等号表記形式で示せ。

このBlock図の一巡伝達関数を定義しなさい。

10.02 次のDCDL code で定義された GH自動制御系の Block図を描き、

その不安定について説明しなさい。

```
define GH( ) {  input X(t); output Y(t);
    {X(t),F(t)}sub( )->A(t); A(t)G( )->Y(t);Y(t)H( )->F(t); }
```

入出力関係式を等号表記形式で示し、その不安定について説明しなさい。

このBlock図の open loop 伝達関数と一巡伝達関数を定義しなさい。

10.03 ボード線図を定義せよ。①Gain余裕とは？②位相余裕とは？

10.04 次のDCDL code で定義された GGH自動制御系の Block図を描き、

その伝達関数を求めよ。

```
define GH( ) {  input R(s); output C(s);
                G1(s)=2/s;G2(s)=4/(s+1);H(s)=s;
               {R(s),C(s)}sub(1)->A(s); A(s)G1(s)->B(s);
               {B(s),E(s)}sub(1)->D(s); D(s)G2(s)->C(s);
                                        C(s)H(s)->E(s): }
```

10.05 次のDCDL code で定義された 単純G自動制御系の Block図を描き、

そのopen loop伝達関数の安定性について説明しなさい。

```
define SG( ) {  input R(jw); output C(jw);
                G(jw)=1/(jw)/(1+jw)/(1+jw);
               {R(jw),C(jw)}sub(1)->E(jw); E(jw)G(jw)->C(jw); }
```

10.06 二次振動要素の伝達関数を G(jw) = 4/{(jw)*(jw)+1.6+(jw)+4} とする時、

位相が90° 遅れの時の周波数 w=2πf の値と、利得(Gain)の値を求めよ。

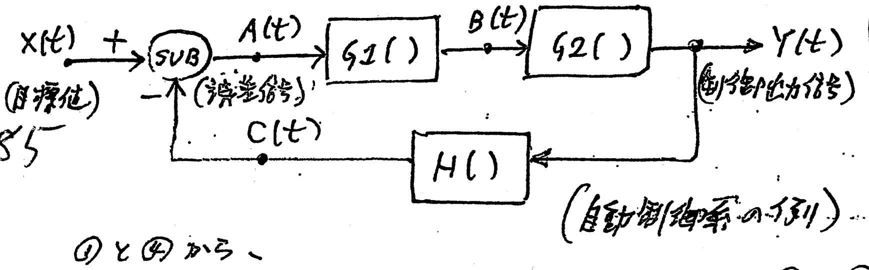
10.07 いろいろなボード線図の場合を想定して、

そのfeedback制御系の安定性について説明せよ。

****

10.01 GGH 自動制御系の不安定性について.

p.184-185



(自動制御系の例)

$X(t) - C(t) \rightarrow A(t)$ ①
$A(t)\ G1(\ ) \rightarrow B(t)$ ②
$B(t)\ G2(\ ) \rightarrow Y(t)$ ③
$Y(t)\ H(\ ) \rightarrow C(t)$ ④

①と④から、

$X(t) - Y(t)H(\ ) \longrightarrow A(t)$ となる。②と③を使って (p.184-185 参照)

$\{X(t) - Y(t)H(\ )\}\ G1(\ )\ G2(\ ) \longrightarrow Y(t)$ を得る。

$X(t)\ G1(\ )\ G2(\ ) \longrightarrow Y(t)\ \{1 + H(\ )\ G1(\ )\ G2(\ )\}$ となる。

$X(t)\ G1(\ )\ G2(\ )\ \{1 + H(\ )\ G1(\ )\ G2(\ )\}^{-1} \longrightarrow Y(t)$ となる。(矢印表記の場合)

関数は必ず信号ベクトルの右側からの(かけ算/わり算)となる。

これを $Y(t) = \left[\dfrac{G1(\ )\ G2(\ )}{1 + H(\ )\ G1(\ )\ G2(\ )}\right] X(t)$ と書く。(等号表記の場合)

(いずれにせよ、初めのベクトル信号 $X(t)$ に「関数 operation」をかけて、
出力信号ベクトル $Y(t)$ を得るという意味には変化がない。)

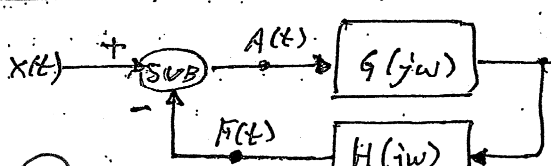
特に交流信号ベクトルの場合、分母の $1 + H(j\omega)G1(j\omega)G2(j\omega)$ の値は複素数となる。

(一巡伝達関数) $= H(j\omega)G1(j\omega)G2(j\omega) = exp(-\pi j) = -1$ となると、分母 $= 0$ となり、不安定になる。また、$|H(j\omega)G1(j\omega)G2(j\omega)| > 1$ の場合、

(目標値 $X(t)$ に対して、誤差信号 $A(t)$ が小さくなり、制御出力信号 $Y(t)$ が目標値 $X(t)$ に安定して、同相で、追従する事を目的としているが、$Y(t)$ と $X(t)$ の符号がかわり、入力信号 $X(t)$ に追従しなくなる。(不安定にな

10.02 GH 制御系のナイキスト線図

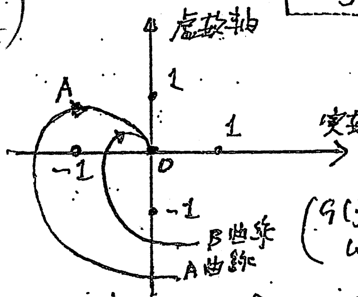
この場合の一巡伝達関数は $G(j\omega)H(j\omega)$ とな



$$Y(t) = \frac{G(j\omega)}{1 + G(j\omega)H(j\omega)} X(t)$$

(p.185参照)

p.185 (2)



$G(j\omega)H(j\omega)$ の値は $\omega \rightarrow \infty$ でゼロ[原点]となる。
位相が $-\pi = -180^\circ$ (180°遅れ) の時、曲線が
(Ⓐ 点 $(-1, 0)$ の左側を通過すれば不安定、
Ⓑ 点 $(-1, 0)$ の右側を通過すれば安定となる。)

($G(j\omega)H(j\omega)$ は複素数なので、ωの値が $\omega = 0$ から $\omega = \infty$ で変化すると、この複素数平面で曲線Ⓐ又はⒷを描く。)

[$G(j\omega)$ = (open loop 伝達関数) と呼ぶ。
$G(j\omega)H(j\omega)$ = (一巡伝達関数) と呼ぶ。]

10.03 ボード線図の定義 (交流信号では、伝達関数は複素数)

伝達関数 $F(j\omega)$ について。($F(j\omega)$ は開ループ伝達関数でも一巡伝達関数でも良い)

$F(j\omega) = A(\omega) + jB(\omega)$ ($A(\omega)$ と $B(\omega)$ は実数) とすると、

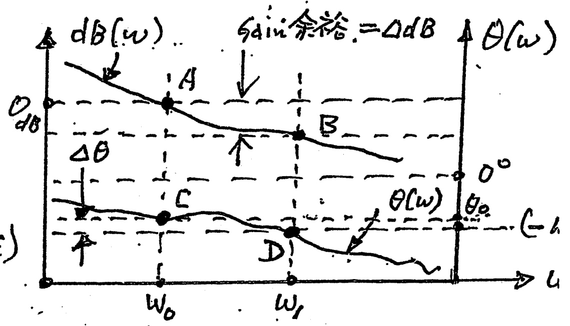
p.186 $F(j\omega) = \sqrt{(A(\omega))^2 + (B(\omega))^2}\,\exp(j\theta(\omega))$; $\tan\theta(\omega) = \frac{B(\omega)}{A(\omega)}$; と

ここで $dB(\omega) = 20\log_{10}|F(j\omega)| = (10)\log_{10}(A^2(\omega) + B^2(\omega))$ とする。

(x軸を ω として、左側y軸を $dB(\omega)$、右側y軸を $\theta(\omega)$ として、2つの曲線の Graph 図形のことを「ボード線図」と呼ぶ。 (p.186 参照)

① Gain余裕、とは? (ΔdB のこと)

$\omega = \omega_1$ の時 $\theta(\omega) = -180°$ とする時。
(D点に対応する) $dB(\omega_1) < 0$ の値、
(B点に対応する値) を Gain余裕と呼ぶ。
0dB で、$|F(j\omega)| = 1$ となる点A
と どのくらい余裕をもって離れている(y軸の値)
いるかを表わしている。($dB(\omega)$ の値の差)



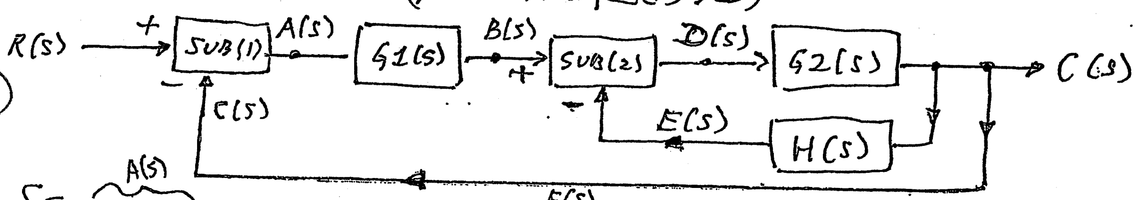
(ボード線図)
(たてに4本、ヨコに5本線が入る!!)

② 位相余裕とは? ($\Delta'' dB$ のこと)

$\omega = \omega_0$ の時、$dB(\omega) = 0\,dB$ とする時の、
(A点に対応するC点での) 位相値 $\theta(\omega_0)$ と $(-180°)$ との差 $\Delta\theta = \theta(\omega_0) + 180$
の事を位相余裕という。$\Delta\theta > 0$ の値が位相のゆとり値とする。

10.04 GGH(s) 回路の伝達関数 (p.186 実戦問題④参照)

実戦④ p.186



$$\Big\{\big[\overbrace{R(s) - C(s)}^{A(s)}\big]G1(s) - \overbrace{C(s)H(s)}^{E(s)}\Big\}G2(s) \rightarrow C(s)$$

($[R(s)-C(s)]G1(s)$ が $B(s)$、$\{\cdots\}$ が $D(s)$)

$$R(s)G1(s)G2(s) \rightarrow C(s)\Big\{\{G1(s) + H(s)\}G2(s) + 1\Big\}$$

$$\therefore \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G1(s)G2(s)}{\{G1(s) + H(s)\}G2(s) + 1}$$

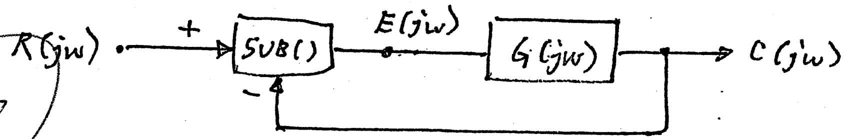
$\begin{pmatrix} G1(s) = \frac{2}{s} \\ G2(s) = \frac{4}{s+1} \\ H(s) = s \end{pmatrix}$ とすると、 $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\left(\frac{2}{s}\right)\left(\frac{4}{s+1}\right)}{\left\{\frac{2}{s} + s\right\}\left(\frac{4}{s+1}\right) + 1} = \frac{8}{(2+s^2)(4) + (s)(s+1)}$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{8}{8 + 4s^2 + s^2 + s} = \frac{8}{5s^2 + s + 8} = \frac{1.6}{s^2 + 0.2s + 1.6}$$

10.05 単位G制御系の性質.　　p.187~188 実戦問題⑤

p.187

実戦⑤



$$G(jw)=\frac{1}{(jw)(1+jw)^2}$$

$$E(jw)=R(jw)-C(jw)$$

$$E(jw)G(jw)\rightarrow C(jw)$$

$$\left(R(jw)-C(jw)\right)G(jw)\rightarrow C(jw)$$

$$R(jw)G(jw)\rightarrow C(jw)\left[1+G(jw)\right]$$

$$\frac{C(jw)}{R(jw)}=\frac{G(jw)}{1+G(jw)}$$

($G(jw)$ そのものが Open Loop 伝達関数であり, かつ, 一巡伝達関数でもある.)

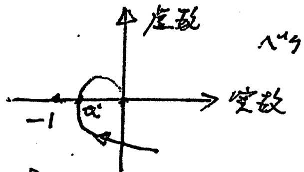
$$f(w)=(jw)(1+jw)^2=(jw)(1-w^2+2jw)$$

$$f(w)=-2w^2+jw(1-w^2)$$

$f(w)$ が実数となるのは $w(1-w^2)=0$ の時.

$w_0=1>0$ の時. その時 $f(w_0)=-2$

$$G(jw_0)=\frac{1}{f(w_0)}=-0.5 \text{ となる.}\quad (a=-0.5\quad w_0=1) \Leftarrow$$



ベクトル軌跡 (ナイキスト線図)

10.06 二次振動要素伝達関数の性質.　p.188-189 実戦問題⑥

p.188

実戦⑥

$$G(jw)=\frac{1}{f(jw)}=\frac{4}{(jw)^2+1.6(jw)+4} \text{ とする.}$$

$$|G(jw)|=\left|\frac{4}{3.2j}\right|=\frac{1}{0.8}=1.25$$

(位相が $90°$ 遅れるとは, 実数値がゼロで, 純虚数値を意味する.)

$w^2-4=0 \rightarrow w=2$ となる.

$(w=2\ ;\ Gain=|G(jw)|=1.25) \Leftarrow$

10.07 ボード線図による feedback 制御系の安定制御　p.189-190 実戦問題⑦

(10.03 の図を参照)

〈安定の条件〉

① 安定であるためには, $\theta(w_1)=-180°$ における Gain の値 ΔdB が マイナスでなければならない. $\Delta dB<0$

② Gain 特性の Gain 0dB の時の位相角 $-180°$ より大きくなければならない. $\Delta B=\theta(w_1)+180°>0$

p.189

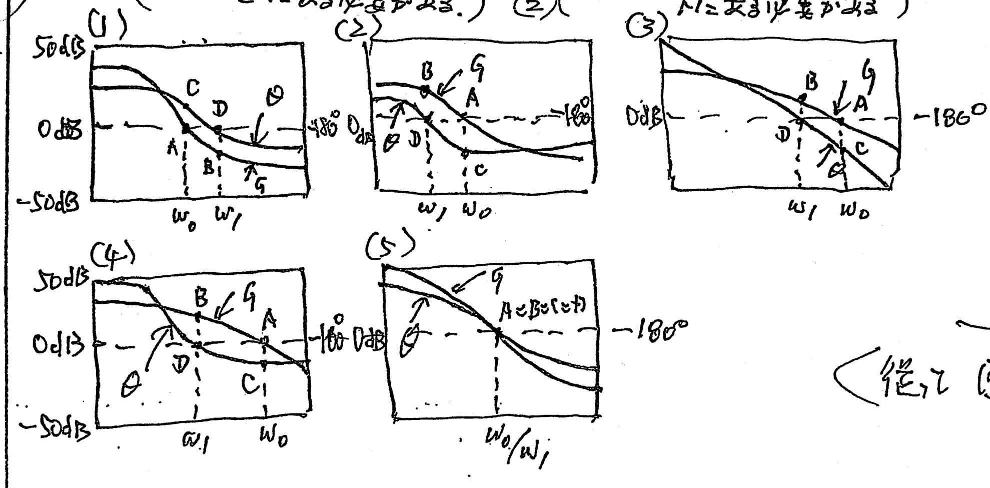
実戦⑦

(w_0 は $dB(w)=0$ の時. A点 C点が対応する.)

(w_1 は $\theta(w)=-180°$ の時. B点 D点が対応する)

条件① (C点が $-180°$ 線より上にある必要がある.)

条件② (B点が 0dB 線より下にある必要がある)



	条件① C点	条件② B点
(1)	OK	OK
(2)	×	×
(3)	×	OK
(4)	×	×
(5)	×	×

〈従って 図(1)のみ 安定である.〉