

# 応用情報数学 ユート⑦

教科書 pp.152-162

## 応用情報数学 演習問題 07

7.01

例題②

7.01 Y結線回路において電源電圧 ( $V_0=100$  volt) と負荷 ( $Z=8+6j$ ) の値が与えられた時、線間電圧と線電流の値を求めよ。

6.06の図と参考  
( $i_a, i_b, i_c$ ) は相電流であり  
かつ、線電流である。

p.150

7.02 (R+L) と (R+C) の二重平行三相回路 DP3P( ) の回路図を描け。

```

defines DP3P( ) { input Va, Vb, Vc; output V1, V2, V3, V4, V5, V6;
R1 (Va, V1); L1 (V1, GNDL); R2 (Vb, V2); L2 (V2, GNDL); R3 (Vc, V3); L3 (V3, GNDL);
R4 (Va, V4); C1 (V4, GNDL); R5 (Vb, V5); C2 (V5, GNDL); R6 (Vc, V6); C3 (V6, GNDL); }
    
```

相電圧が  $V_0=100$  V;  $R=6\Omega$ ;  $\omega L=8\Omega$ ;  $1/\omega C=8\Omega$  の時、線電流はいくらになるか?

$$i_a = \frac{V_a}{Z_a} = \frac{V_0 \exp(j\omega t)}{8+6j} = \frac{100}{10} = 10$$

$$(\text{線間電圧}) = \vec{V}_{ab} = \sqrt{3} |\vec{V}_a| = (\sqrt{3})$$

実践①

7.03 (R+X) の平行三相回路 P3P( ) の回路図を描け。

```

define P3P( ) { input Va, Vb, Vc; output V1, V2, V3;
R1 (Va, V1); X1 (V1, GNDL); R2 (Vb, V2); X2 (V2, GNDL); R3 (Vc, V3); X3 (V3, GNDL); }
    
```

線間電圧 ( $V_a-V_b=6$  kV) と線電流 ( $I_0=10$  A) で、  
負荷 ( $Z=R+jX$ ) の消費電力 ( $P=60$  kW) が与えられている時、  
相電圧 ( $V_0=V_a=V_b=V_c$ ) と  $R$  と  $L$  の値を求めよ。

p.151

実践②

7.04 ①まず、3つの独立単相交流回路を描け。

そして、電源側と負荷側にわけて、それぞれ三角形構造をした回路を描け。

②最終的に、三角結線の平衡三相回路の回路図を描け。

③三角結線の相電圧と線間電圧の関係はどうか?

④三角結線の相電流と線間電流の関係はどうか?

(pp.152~154 a 説明)

7.05 三角結線の平衡三相回路において、相電圧と負荷の値が与えられている時、

相電圧と負荷の値が ( $V_a=210$ ;  $Z=8+6j$ ) の場合と

( $V_a=200$ ;  $Z=40+30j$ ) の場合で 相電流、線間電圧を求めよ。

p.155

37/25(3)

7.06 ①単相交流の(有効)電力を定義せよ。②三相交流の起電力を定義せよ。

③Y結線での(有効)電力を、線間電圧と線間電流 ( $V_l=V_a-V_b$ ;  $I_l=I_a$ ) を使って定義せよ。

④Δ結線での(有効)電力を、線間電圧と線間電流 ( $V_l=V_a$ ;  $I_l=I_a-I_b$ ) を使って定義せよ。

(p.156 の説明)

7.07 相電圧/相電流と線電圧/線電流の関係をまとめよ。

7.08 有効電力(P)、無効電力(Q)、皮相電力(S)を定義せよ。

7.09 三角形負荷 ( $Z=6+8j$ ) に対称三相電圧 ( $V_a=200$  V) を加えた場合  
相電流、線電流、力率、無効率、有効電力(P)、無効電力(Q)、皮相電力(S)を求めよ。

p.157 例題(4)

7.10 Y結線負荷(平衡三相負荷)回路で、

①線電圧 ( $V_l=210$  V) と負荷 ( $Z=14 \exp(\pi j/6)$ ) の場合と、

②線電圧 ( $V_l=210$  V) と負荷 ( $R=24\Omega$ ;  $\omega L=15\Omega$ ;  $1/\omega C=8\Omega$ ) の場合で、

三相電力の力率、線電流、相電流、有効電力を求めよ。

p.158 実践(5)

7.11 Y結線とΔ結線の impedance 等価変換について説明せよ。

7.12 三相3線式電源でΔ結線負荷を駆動する場合、相電圧の値が与えられ、  
また、Δ結線負荷  $Z_d$  が与えられている時、線電流と相電流を求めよ。

p.160 実践(6)

7.13 (YとΔ) の合成負荷の平衡三相回路とは?

p.161 実践(7)

相電圧	$V_a=680$ V	$Z=10$
線電圧	$V_a=200$ V	$Z=10$

p.162 実践(8)

Handwritten notes and signatures at the bottom of the page.

7.01 Y結集回路について。 \$V\_0\$ とその値が与えられた場合 例題(2) p. 150

$\vec{V}_a(t) = V_0 \exp(j\omega t)$   $Z = Z_a = Z_b = Z_c = 8 + 6j$ ;  $V_0 = 100 \text{ volt}$  とする。

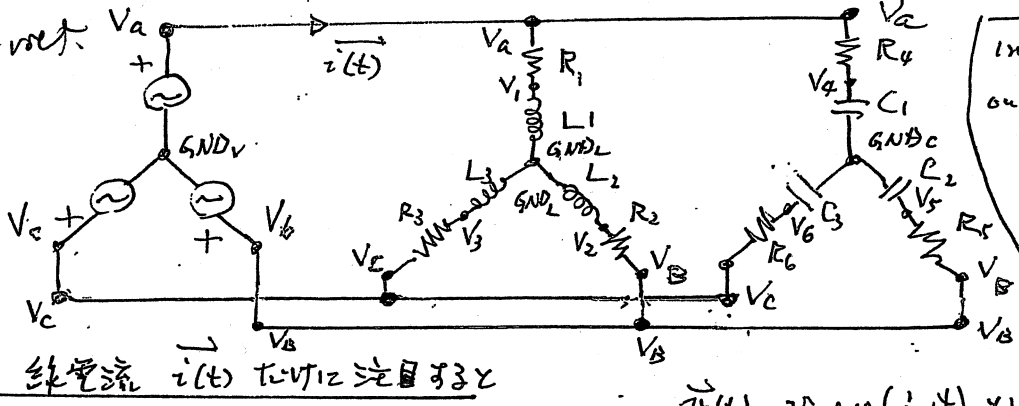
$\vec{V}_a(t) = Z_a \vec{i}_a(t)$  より  $|\vec{V}_a(t)| = V_0 = |Z_a| |i_a(t)| = |Z_0| (i_0)$

$Z_a = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \Omega$ ;  $i_0 = \frac{V_0}{|Z_a|} = \frac{100}{10} = 10 \text{ A}$  ← (線電流)

(線間電圧)  $= \vec{V}_{ab}(t)$ ;  $|\vec{V}_{ab}| = \sqrt{3} |\vec{V}_a|$  より  $V_{ab} = (\sqrt{3})(100) = 173.2 \text{ volt}$  ←

7.02 (R+L) と (R+C) と構成された平衡三相回路 (R+L)+(R+C) DP3PC の性質 p. 150 変換例題(1)

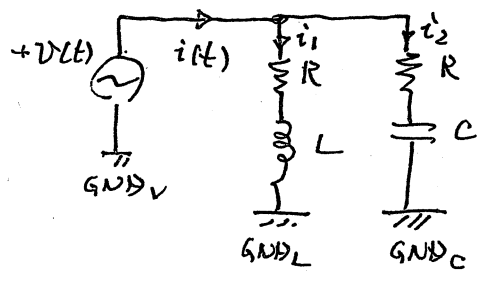
(100) = 173.2 volt



input  $V_a, V_b, V_c$   
output  $V_1, V_2, V_3$   
 $V_4, V_5, V_6$   
Eは各抵抗, L,  
Cにそれぞれ  
必ずとまり  
大変工数が多い!!  
手計算では計算は  
不可能!!

線電流  $i(t)$  に注意する

$\vec{V}(t) = V_0 \exp(j\omega t)$  とする。



$V_0 = 100 \text{ volt}$ ,  $R = 6 \Omega$ ,  $\omega L = 8 \Omega$ ,  $\frac{1}{\omega C} = 8 \Omega$

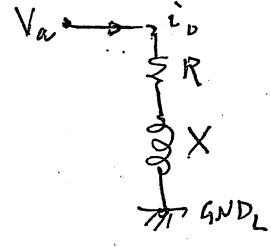
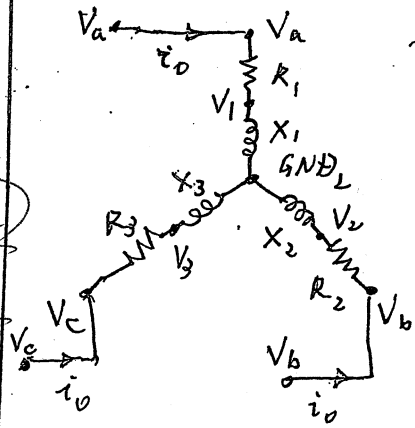
$i_1 = \frac{100}{R + j\omega L} = \frac{100}{6 + 8j}$   
 $i_2 = \frac{100}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{100}{6 - 8j}$   
 $i = i_1 + i_2$

$i = \frac{100}{6 + 8j} + \frac{100}{6 - 8j} = \frac{100}{(36 + 64)} [6 - 8j + 6 + 8j] = \left(\frac{100}{100}\right) (12) = 12 \text{ A}$  ←

7.03 (R+X) P3PC 回路の性質 - Power が与えられた場合 p. 151 変換(2)

(線間電圧)  $= (V_a - V_b) = 6 \text{ kV}$ ,  $i_0 = 10 \text{ A}$  とする。負荷が  $P = 60 \text{ kW}$  とする...

相電圧  $V_0 = V_a = V_b = V_c$  は線間電圧  $\Delta V = V_a - V_b = V_b - V_c = V_c - V_a$  の  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  になるから、 $V_0 = \frac{6000}{\sqrt{3}}$  (相電圧)



$Z = R + jX$   $|Z| = \sqrt{R^2 + X^2} = \frac{V_0}{i_0}$

(Power)  $= \frac{P}{3} = (i_0)^2 R = (100) R = \frac{60000}{3}$

(一相分の電力は三相の1/3である!)

$R = 200 \Omega$  とする。

$\sqrt{R^2 + X^2} = \frac{V_0}{i_0} = \left(\frac{1}{10}\right) \left(\frac{6000}{\sqrt{3}}\right) = \frac{600}{\sqrt{3}}$

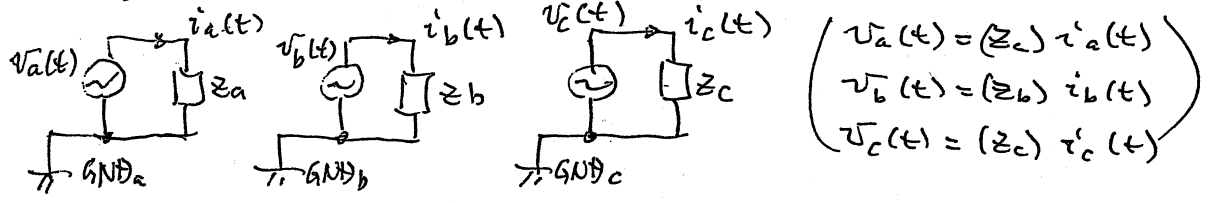
$R^2 + X^2 = \frac{360000}{3} = 40000 + X^2 = 120000$

$X^2 = 80000$   $X = \sqrt{8} (100) = 283 \Omega$  ←

$2 + j15 \Omega$   
 $R + L$   
 $= 9 \Omega$

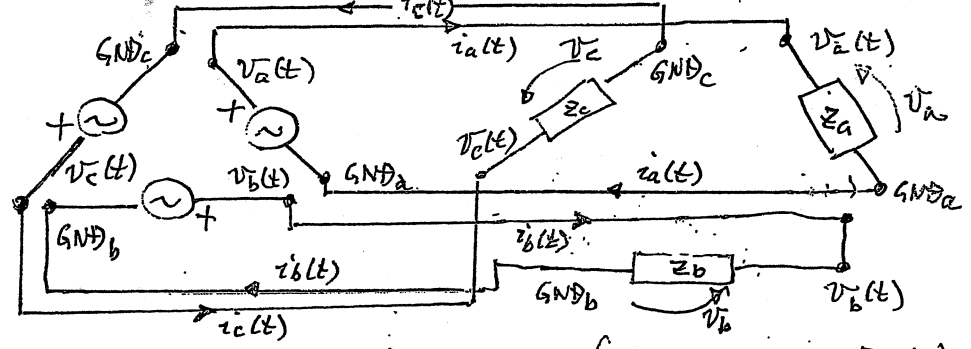
1.04 三角結線の平衡三相回路の性質

まず、平行三相回路の場合と同様に、単純に3つの単相交流回路から考へる。



$$\begin{cases} v_a(t) = (z_a) i_a(t) \\ v_b(t) = (z_b) i_b(t) \\ v_c(t) = (z_c) i_c(t) \end{cases}$$

① これは下図の様に並べ換へて置く。電氣的には何も変へない。(独立三角結線)



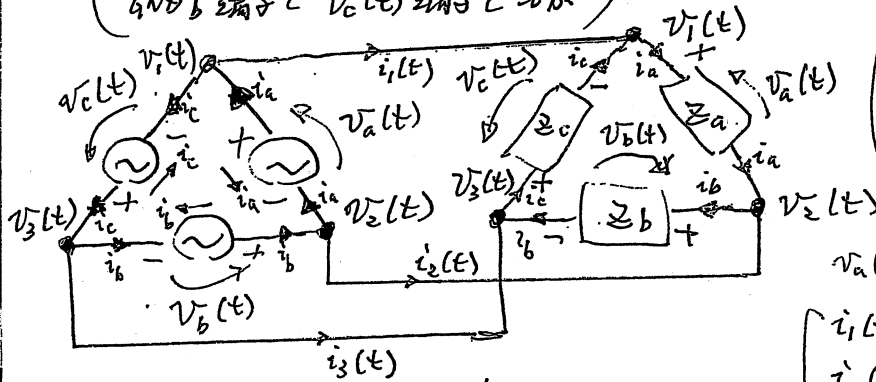
$$\begin{cases} v_a(t) = v_a \exp(j\omega t) \\ v_b(t) = v_a \exp(j(\omega t - \frac{2}{3}\pi)) \\ v_c(t) = v_a \exp(j(\omega t - \frac{4}{3}\pi)) \end{cases}$$

$$\left( z = z_a = z_b = z_c = R + jX \text{ とし } z = |z| \exp(j\theta); \tan \theta = \frac{X}{R} \right)$$

$$\begin{cases} i_a(t) = \frac{1}{z} v_a(t) = i_a \exp(j(\omega t - \theta)) \\ i_b(t) = \frac{1}{z} v_b(t) = i_a \exp(j(\omega t - \theta - \frac{2}{3}\pi)) \\ i_c(t) = \frac{1}{z} v_c(t) = i_a \exp(j(\omega t - \theta - \frac{4}{3}\pi)) \end{cases}$$

② 三角結線の平衡三相回路の定義

(GND<sub>c</sub> 端子と v<sub>a</sub>(t) 端子を結ぶ。  
GND<sub>a</sub> 端子と v<sub>b</sub>(t) 端子を結ぶ。  
GND<sub>b</sub> 端子と v<sub>c</sub>(t) 端子を結ぶ)



$$\begin{cases} v_a(t) = v_1(t) - v_2(t) \\ v_b(t) = v_2(t) - v_3(t) \\ v_c(t) = v_3(t) - v_1(t) \end{cases}$$

とつて!!  
 $v_a(t) + v_b(t) + v_c(t) = 0$

$$\begin{cases} i_1(t) = i_a(t) - i_b(t) \\ i_2(t) = i_b(t) - i_c(t) \\ i_3(t) = i_c(t) - i_a(t) \end{cases} \text{ とつて!!}$$

③ 三角結線の相電圧と線間電圧は等しい

(相電圧は  $v_a(t) = v_1(t) - v_2(t) = (\text{線間電圧})$   
相電圧は  $v_b(t) = v_2(t) - v_3(t) = (\text{線間電圧})$   
相電圧は  $v_c(t) = v_3(t) - v_1(t) = (\text{線間電圧})$ )

(線電流) =  $(i_1, i_2, i_3)$

(相電流) =  $(i_a, i_b, i_c)$  とつて!!

④ 三角結線の線電流と相電流の関係。

$|i_1| = |i_2| = |i_3| = \sqrt{3} |i_a| = \sqrt{3} |i_b| = \sqrt{3} |i_c|$  とつて!!

(線電流の大さき)  $|i_c| = |i_b| = |i_a| = (\text{相電流の大さき})$

(結線は3imp/c)  $1 = \left| \frac{\sqrt{3}-j}{2} \right| = \left| \exp(j\frac{\pi}{6}) \right|$   
 $i_1(t) = i_a(t) \left[ \frac{3-\sqrt{3}j}{2} \right]$   
 $|i_1(t)| = |i_a(t)| (\sqrt{3}) \left| \frac{\sqrt{3}-j}{2} \right|$   
 $|i_1(t)| = \sqrt{3} |i_a(t)|$  とつて!!

教科書  
とつて!!  
(相電圧  $v'$  | 線間電圧  
相電流  $I'$  | 線間電流  
とつて!!)

7.05 三角結線の平衡三相回路 p.155 例題(3)

① 相電圧 ( $V_a$ ) と Impedance ( $Z$ ) が与えらるるから - ( $V_a = 210V$ ;  $Z = 8 + j4 \Omega$ )

相電流 ( $i_a$ ) =  $\frac{V_a}{Z} = \frac{210}{\sqrt{64+16}} = \frac{210}{10} = 21A \leftarrow$

線電流 ( $i_l$ ) =  $|i_l| = |i_2| = |i_3| = \sqrt{3} |i_a| = 21\sqrt{3} = 36.3A \leftarrow$

(線間電圧) =  $(v_1(t) - v_2(t)) = |v_a(t)| = V_a = 210V \leftarrow$

三角結線 1WS  
相電圧 = 線間電圧

②  $V_a = 200V$   $Z = 40 + j30 \Omega$   
p.155 例題(3)

相電流 ( $i_a$ ) =  $\frac{V_a}{Z} = \frac{200}{\sqrt{40^2+30^2}} = \frac{200}{50} = 4A \leftarrow$

(線電流) =  $(\sqrt{3})(4) = 6.9A \leftarrow$

7.06 ① 単相交流の電力と三相交流の電力の関係 (三相起電力の場合)

(単相交流電圧を  $v(t) = V_m \sin(\omega t) = \sqrt{2} V_a \sin(\omega t)$ )  
(単相交流電流を  $i(t) = i_m \sin(\omega t - \theta) = \sqrt{2} I \sin(\omega t - \theta)$ ) } とおくと 電力  $p(t) = v(t) i(t)$  (実数)

$p(t) = V_m i_m \sin(\omega t) \sin(\omega t - \theta) = 2VI \sin(\omega t) \sin(\omega t - \theta)$  [電力  $p(t)$  は実数で定義]

$\sin(\alpha) \sin(\beta) = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$  ...  $p(t) = (VI) [\cos \theta - \cos(2\omega t - \theta)]$  (教科書参照)

時間平均すると  $\langle p(t) \rangle = (VI) \cos \theta$  とおす。(単位は  $W$ )

② 三相電力は各相電力の和で表される。

三相電力  $P = 3VI \cos \theta$

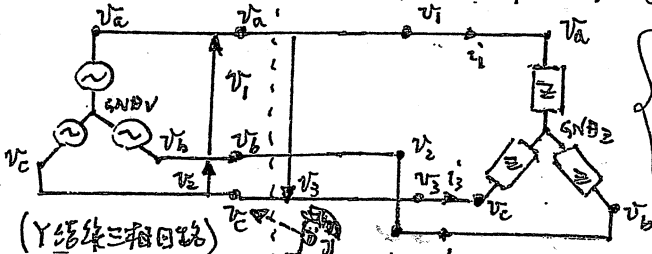
$V =$  相電圧  $= V_a$   
 $I =$  相電流  $= I_a$   
 $P = (4 \times 20)$  とおす

Y結線の線間電圧  $v_l(t) = v_a(t) - v_b(t)$  などと

相電圧 ( $v_a(t), v_b(t), v_c(t)$  など) の大きさは、 $|v_l(t)| = \sqrt{3} |V_a|$  の関係がある。

また Y結線の相電流 ( $i_a(t), i_b(t), i_c(t)$ ) は、Y結線の線電流と等しい。

従って Y結線負荷の三相電源は  $|v_l(t)| = \sqrt{2} V_l = (\sqrt{2})(\sqrt{3}) V$ ; ( $I_l = I_a$ ) ( $V = V_a = V_b = V_c$ )



相電圧を ( $v_a, v_b, v_c$ )  
相電流を ( $i_a, i_b, i_c$ ) } と表す!!  
線電圧を ( $v_1, v_2, v_3$ )  
線電流を ( $i_1, i_2, i_3$ ) }  
(線電圧と線電流は負荷から見ると電圧と電流である。)  
 $V_b = V_a \exp(-\frac{2}{3}j\pi)$   
 $V_c = V_a \exp(-\frac{4}{3}j\pi)$

電源側は単相交流の3つの独立電圧源 (回路を切り分けて三相電力回路で扱う)。

同じ  $P = 3VI \cos \theta$  とある。

( $v_1 = v_a - v_b$ ;  $i_1 = i_a$ ) とおくと  $|v_1| = \sqrt{3} |V_a|$

(Y結線の線間電圧)  $= V_l = |v_1| = \sqrt{3} |V_a| = \sqrt{3} V$  とおくと  $V = V_l / \sqrt{3}$  とおくと

(三相電力)  $= P = 3VI \cos \theta = (3) \left(\frac{V_l}{\sqrt{3}}\right) (I_l) \cos \theta = \sqrt{3} V_l I_l \cos \theta$

$P = \sqrt{3} V_l I_l \cos \theta$  とおす

③ 従って Y結線の線間電圧  $V_l$  と線電流  $I_l = I_a$  と表す可也。

逆に三角結線の負は線電圧 ( $v_1, v_2, v_3$ ) は相電圧 ( $v_a, v_b, v_c$ ) の形で表す可也 -  
線電流 ( $i_1, i_2, i_3$ ) の大きさは、線電流 ( $i_1 = i_a - i_b$ ;  $i_2 = i_b - i_c$ ;  $i_3 = i_c - i_a$ ) の  
大ききの  $\sqrt{3}$  倍と表す。 ( $I_l = \sqrt{3} I_a$ ;  $V_l = V_a$  など) 従って三角結線の線電圧と線電流は

④ 三相電力は  $P = \sqrt{3} V_l I_l \cos \theta$  とおす。 (Y結線の場合、三角結線の場合同じ)

記号	相電圧 $V$	線電圧 $V_L$	$V_L = \sqrt{3} V$	$V_L = I$	$3VI = \sqrt{3} V_L I_l$
	相電流 $I$	線電流 $I_L$	$I_L = I$	$I_L = \sqrt{3} I$	
			Y結線	Δ結線	(Y結線/Δ結線 と同一)

7.07 相電圧/電流と線電圧/電流の関係をまとめ

①  $\frac{2\pi}{3}$  ずつずれた3相電圧と相電流の定義 (相電圧) =  $V_0$ ; (相電流) =  $I_0$ ;

$$\left[ \begin{aligned} v_a(t) &= v_0 \sin(\omega t) = \sqrt{2} V_0 \sin(\omega t) \\ v_b(t) &= v_0 \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) = \sqrt{2} V_0 \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ v_c(t) &= v_0 \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3}) = \sqrt{2} V_0 \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \end{aligned} \right] \left[ \begin{aligned} i_a(t) &= i_0 \sin(\omega t) = \sqrt{2} I_0 \sin(\omega t) \\ i_b(t) &= i_0 \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) = \sqrt{2} I_0 \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ i_c(t) &= i_0 \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3}) = \sqrt{2} I_0 \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \end{aligned} \right]$$

② Y結線での線電圧と線電流の定義

線電圧  $\left[ \begin{aligned} v_1(t) &= v_a(t) - v_b(t) \\ v_2(t) &= v_b(t) - v_c(t) \\ v_3(t) &= v_c(t) - v_a(t) \end{aligned} \right]$  線電流  $\left[ \begin{aligned} i_1(t) &= i_a(t) \\ i_2(t) &= i_b(t) \\ i_3(t) &= i_c(t) \end{aligned} \right]$  (相電流)  $I_1 = I_0$

$V_1 = \sqrt{3} V_0$   $I_1 = I_0$

$P = 3 V_0 I_0 \cos \theta = \sqrt{3} V_1 I_1 \cos \theta$

③ 三角結線での線電圧と線電流の定義

線電圧  $\left[ \begin{aligned} v_1(t) &= v_a(t) \\ v_2(t) &= v_b(t) \\ v_3(t) &= v_c(t) \end{aligned} \right]$  線電流  $\left[ \begin{aligned} i_1(t) &= i_a(t) - i_b(t) \\ i_2(t) &= i_b(t) - i_c(t) \\ i_3(t) &= i_c(t) - i_a(t) \end{aligned} \right]$  (相電流)  $I_1 = \sqrt{3} I_0$

$V_1 = V_0$   $I_1 = \sqrt{3} I_0$

$P = 3 V_0 I_0 \cos \theta = \sqrt{3} V_1 I_1 \cos \theta$

7.08 有効・無効・皮相電力の定義

ここで  $\theta$  は  $Z$  の  $\angle$ 、相電圧と相電流の位相差

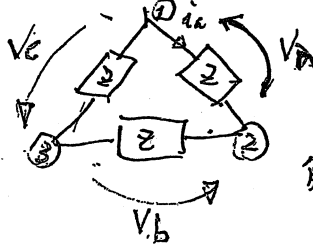
三相電力 (有効電力) =  $3 V_0 I_0 \cos \theta = \sqrt{3} V_1 I_1 \cos \theta = P$  p.157  $(V_1 = \text{線電圧})$

(無効電力) =  $3 V_0 I_0 \sin \theta = \sqrt{3} V_1 I_1 \sin \theta = Q$   $(I_1 = \text{線電流})$

(皮相電力) =  $3 V_0 I_0 = \sqrt{3} V_1 I_1 = S$  と定義する。

7.09 三角形 impedance  $Z$  に対称三相電圧を加えた場合 p.157 例題②

$Z = 6 + j8$  で  $V_a = 200$  volt とする。  $|Z| = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = 10 \Omega$



( $\Delta$ 結線の三相電流電源を参考)

$i_a = \frac{V_a}{|Z|} = \frac{200}{10} = 20A$  線電流  $I_1 = \sqrt{3} i_a = 20\sqrt{3} = 34.64[A]$

負荷 impedance ( $Z = 6 + j8$ ) の力率  $\cos \theta = \frac{R}{|Z|} = \frac{6}{10} = 0.6$

無効率  $\sin \theta = \sqrt{1 - 0.36} = \sqrt{0.64} = 0.8$

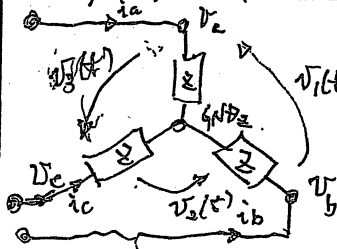
三相電力  $P = \sqrt{3} V_1 I_1 \cos \theta = 3 V_0 I_0 \cos \theta$  ( $I_0 = i_a = 20A$ )

$P = (\sqrt{3})(200)(\sqrt{3})(20)(0.6) = 7.2 \text{ kWatt}$  ( $V_0 = V_a = 200V$ )

$Q = (\sqrt{3})(200)(\sqrt{3})(20)(0.8) = 9.6 \text{ Kvar}$  ← (電圧と電流の位相差!)

$S = \sqrt{3} V_1 I_1 = 3 V_0 I_0 = 12000 [VA] = 12 \text{ KVA}$

7.10 Y結線負荷 (平衡三相負荷) の三相電力



①  $V_1 = 210$  volt.  $Z = 14 \text{ ohm} (\frac{\pi}{6})$  の負. ( $\theta = \frac{\pi}{6}$ )

( $v_a = \frac{V_1}{\sqrt{3}}$ )

$v_1(t) = v_a(t) - v_b(t)$

$|v_1(t)| = V_1$

$P = \sqrt{3} V_1 I_1 \cos \theta$

$\cos \theta = \cos(\frac{\pi}{6}) = 0.866$

$I_1 = i_a = \frac{v_a}{|Z|} = \frac{210}{\sqrt{3}} (\frac{1}{14})$ ;  $P = \frac{(210)(210)(0.866)}{14} = 2.728 \text{ kWatt}$

p.158 例題②

