応用情報数学 シート⑤

****

応用情報数学　演習問題　05　教科書　pp.128～138

****

5.01　交流電圧ベクトル　v(t) と 交流電流ベクトル i(t) を使って、複素数電力ベクトル

SL(t) ＝ P + jQ

SC(t) ＝ P - jQ

を定義せよ。交流電圧ベクトル　v(t) と 交流電流ベクトル i(t) の位相関係を説明せよ。

5.02　RX( )回路のimpedance Z=R+jX の値から、この回路の交流電圧ベクトル　v(t) と
交流電流ベクトル i(t) の位相関係（力率角）を求めよ。

5.03　具体的な瞬時電圧　v(t)と　瞬時電流　i(t) の値を例として、
その値から、負荷の力率を求めよ。

5.04　(R+L)//C( )回路に置いて、具体的に消費電力Pと抵抗R,L,C の値が与えられている時、
C　に流れる電流　IC　の値を求めよ。

5.05　RL( )回路で電圧 v(t) と電流 i(t) のベクトル係数 vo と　io が与えれている時、
この回路の有効電力　P　と　その力率を求めよ。

5.06　次のDCDL code で定義される　交流bridge回路　Abridge( )の回路図を描け。

```
define  Abirdge( ) { input v(t),GND;
                     output Va(t)=Vb(t),IZ1(t)=IZ3(t),IZ2(t)=IZ4(t);
                     IZ1(v,Va);IZ2(v,Vb);IZ3(Va,GND);IZ4(Vb,GND); }
```

この交流bridge回路　Abridge( )の回路の平衡条件を求めよ。

5.07　交流bridge回路 Abridge( ) において、

{ Z1=R1;Z2=R3//C;Z3=R2+L ; Z4=R4 ; }

の時の回路図を描け。この場合の平衡条件を求めよ。

5.08　交流bridge回路 Abridge( ) において、

{ Z1=R1;Z2=C2//R2;Z3=C+r ; Z4=C3 ; }

の時の回路図を描け。この場合の平衡条件を求めよ。

5.09　三相起電力（対称三相起電力）とは？

****

pp. の内容 角度

5.01 電力の複素数表示

正弦交流の電圧 $\vec{v}(t)$ を基準とする時、$\vec{v}(t) = v_0 \exp[j\omega t]$ と書く。

複素数電流 $\vec{i}(t) = i_0 \exp[j(\omega t - \theta)]$ と書く。

複素数電流 $i(t)$ の共役複素数を $\overline{i(t)} = \overline{i_0} \exp[-j(\omega t - \theta)]$ と書く。

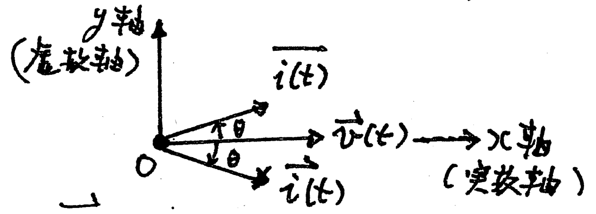
(ここで i_0 の係数も v_0 が複素数の場合、複素数となる場合がある。
そこで i_0 (複素数) の共役複素数を $\overline{i_0}$ と書く。)

$$\vec{S_L}(t) = \vec{v}(t)\,\overline{i(t)} = v_0 \exp[j\omega t]\,\overline{i_0} \exp[-j(\omega t - \theta)] = v_0 \overline{i_0} \exp[j\theta]$$

$\vec{S_L}(t) = P + jQ$ とすると。(P = 有効電力 (実数) となっている。
Q = 誘導性負荷 (L) に対して正となる無効電力)

$\vec{v}(t)$ を x 軸にとると、$\vec{i}(t)$ は θ だけ位相が遅れているので、x 軸より下にある。

その共役複素数 $\overline{i(t)}$ は、虚数部分の符号が反対になるので、図のように、x 軸より上にある。



$\vec{S}(t) = (v_0 \overline{i_0}) \exp(j\theta) = P + jQ$ より

$$\begin{cases} P = (v_0 \overline{i_0}) \cos\theta \\ Q = (v_0 \overline{i_0}) \sin\theta \end{cases}$$

(P, Q が実数の場合で、i_0 と v_0 が実数の場合である)

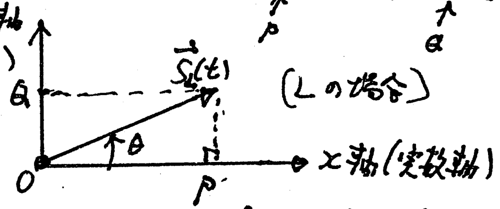
28~132
の例の
から説明
している。

$$\left(\begin{aligned} \vec{i}(t) &= i_0 \exp[j(\omega t - \theta)] \\ \overline{i(t)} &= \overline{i_0} \exp[-j(\omega t - \theta)] \end{aligned}\right)$$

$$\vec{S}(t) = (v_0 \overline{i_0}) \exp(j\theta) = \underbrace{(v_0 \overline{i_0}) \cos\theta}_{P} + j\underbrace{(v_0 \overline{i_0}) \sin\theta}_{Q}$$

これを
$$\boxed{\begin{aligned} \vec{S_L}(t) &= \vec{v}(t)\,\overline{i(t)} \\ \vec{S_L}(t) &= P + jQ \end{aligned}}$$
と書く。

($\theta > 0$ で、電流は位相遅れとなる!)



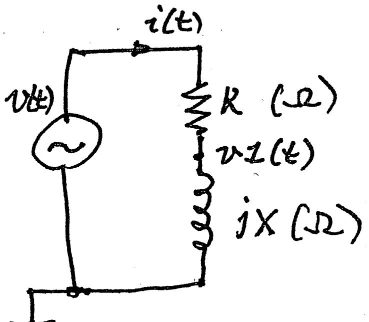
同様に、$\vec{S_C}(t) = \vec{v}(t)\,\overline{i(t)}$ とすると、$\vec{S_C} = P - jQ$ となる。($S_L(t)$ の位相は早くなる; $i(t)$ の位相は遅くなる。)

この場合、無効電力 Q の符号のみが反転し、容量性負荷 (C) に対して正となる。

Remember! $\left(\frac{1}{j\omega C} = -\frac{j}{\omega C}\right)$

5.02 RX( ) 回路の impedance

.132
図3-64
参照

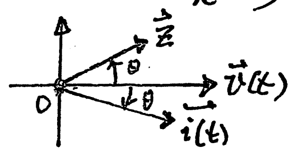


$Z = R + jX$ と書く。 $Z = |Z| \exp[j\alpha]$ となる。

$\left(|Z| = \sqrt{R^2 + X^2};\ \tan\alpha = \frac{X}{R};\right)$

$v(t) = (Z)\, i(t)$ より

$$\left(\begin{aligned} v(t) &= v_0 \exp[j\omega t] \\ i(t) &= i_0 \exp[j(\omega t - \theta)] \end{aligned}\right)$$ とすると。



$$i(t) = \frac{1}{Z} v(t) = \frac{v_0}{|Z|} \exp[j\omega t] \exp[-j\omega\alpha] = \frac{v_0}{|Z|} \exp[j(\omega t - \alpha)]$$

$\left(\tan\theta = \frac{X}{R};\ |Z| = \sqrt{X^2 + R^2}\right)$

$$\boxed{i(t) = \frac{v_0}{|Z|} v(t) \exp(-j\theta)}$$

すなわち、$i_0 = v_0 / |Z|$ で $\theta = \alpha$ となっている。

$\cos\theta$ = 力率だった!! θ は力率角と呼ぶ。

力率角 θ は impedance $Z = R + jX$ の位相角 θ である。

5.03 瞬時電圧 $v(t)$ と電流 $i(t)$ が与えられている時、その負荷の力率を求める。

実戦問題⑲ p.132 参照

$$\begin{pmatrix} v(t) = \sqrt{2}\,V\sin(\omega t) \\ i(t) = \sqrt{2}\,I\cos(\omega t - \frac{\pi}{3}) \end{pmatrix}$$ とする.

$\cos X = \sin(X + \frac{\pi}{2})$ を使う!! ($X=0$ の時 $\cos X = 1 = \sin(\frac{\pi}{2})$ となる)

$$i(t) = \sqrt{2}\,I\sin(\omega t - \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}) = \sqrt{2}\,I\sin(\omega t + \frac{\pi}{6}) = \sqrt{2}\,I\sin(\omega t - \theta) \quad (\theta = -\frac{\pi}{6})$$

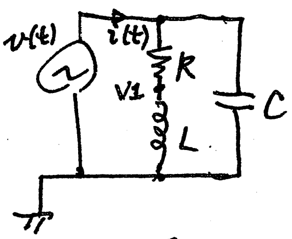
Remember!

$$(力率) = \frac{(有効電力)}{(皮相電力)} = \frac{P}{S} = \frac{VI\cos\theta}{VI} = \cos\theta = \cos(\frac{\pi}{6}) = 0.866$$

$\theta > 0$ の時 遅れ、$\theta < 0$ の時 電流の位相が $\frac{\pi}{6} = 0.866 = 86.6\%$ 進むことになる。

5.04 $(R+L)//C$ 回路で消費電力が与えられている時、

実戦問題⑳ p.133 参照



抵抗体 R に流れる電流を I とすると。 ($\omega L = 12\Omega$; $\frac{1}{\omega C} = 26\Omega$ とすると)

$P = I^2R = 500\,W$ なら、$R = 5\Omega$ とすると. $I = 10A$ となる.

$Z_1 = R + j\omega L = 5 + 12j$ $|Z_1| = \sqrt{5^2+12^2} = \sqrt{169} = 13\Omega$ ($\omega L = 12\Omega$ とする.)

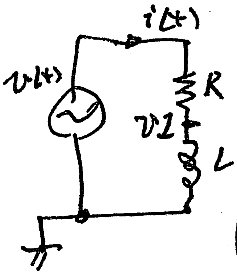
$|v(t)| = IZ_1 = (10)(13) = 130$ volt になる.

電源 $v(t)$ を基準電圧とすると、容量に流れる電流は. $\frac{1}{\omega C} = 26\Omega$ とすると.

$$|\vec{i_C}(t)| = \frac{|v(t)|}{|Z_C|} = \frac{130}{|-26j|} = \frac{130}{26} = 5\,A$$ となる!!

5.05 RL( ) 回路で. 電圧と電流のベクトル係数が与えられている時. (v_0 と i_0 をベクトル係数と呼ぶ)

実戦問題㉑ p.134 参照



$$\begin{pmatrix} \vec{v}(t) = v_0\exp(j\omega t) \\ \vec{i}(t) = i_0\exp(j\omega t) \end{pmatrix}$$ とすると. たとえば $$\begin{pmatrix} v_0 = 3+4j \\ i_0 = 4+3j \end{pmatrix}$$ とする.

$\vec{S_L}(t) = \vec{v}(t)\,\overline{i(t)} = (3+4j)(4-3j)$ で考える.

$\vec{S_L}(t) = 12 + 16j - 9j + 12 = 24 + 7j$ [VA = volt・ampere と読む.]

$\vec{S_L}(t) = P + jQ$ より. $\begin{cases} P = 24\ (\text{Watt}) \leftarrow 有効電力 \\ Q = 7\ (バール = \text{var})\ の位相\ \theta > 0\ となる.\ (無効電力) \end{cases}$

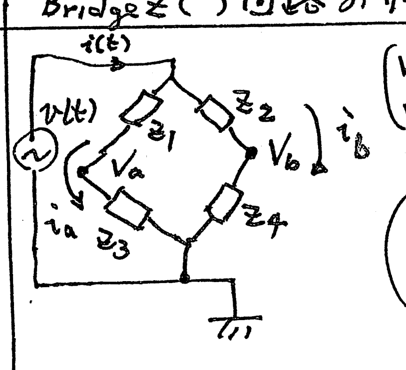
Remember $\vec{S_L}(t)$ の場合は.

$\theta > 0$ (電流の位相は遅くなる. $\vec{S_L}(t)$ の位相は早くなる.)

$$\begin{pmatrix} |S| = |\vec{S_L}(t)| = \sqrt{24^2+7^2} = 25\ [VA] \\ \cos\phi = \frac{P}{S} = \frac{24}{25} = 0.96 \end{pmatrix}$$ となる.

5.06 Bridge Z( ) 回路の性質.

p.136 図3-69 参照



$$\begin{pmatrix} V_a = v - i_a z_1 = i_a z_3 \\ V_b = v - i_b z_2 = i_b z_4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} i_a = \frac{v}{z_1 + z_3} \\ i_b = \frac{v}{z_2 + z_4} \end{pmatrix}$$

if $V_a = V_b$,

$$V_a = i_a z_3 = \frac{v z_3}{z_1 + z_3} = \frac{v z_4}{z_2 + z_4} = i_b z_4 = V_b$$

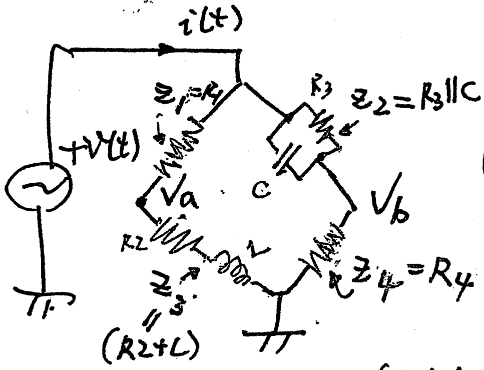
$$\frac{z_3}{z_1 + z_3} = \frac{z_4}{z_2 + z_4} \qquad z_3 z_2 + z_3 z_4 = z_1 z_4 + z_3 z_4$$

$$\boxed{z_1 z_4 = z_3 z_2}$$ となる.

(反対側の抵抗の下側との積)と覚える事!!

5.07 $(Z_2 = R_3 /\!/ L \; ; \; Z_3 = R_2 + L \; ; \; Z_1 = R_1 \; ; \; Z_4 = R_4)$ の場合

実戦問題(22) p.137 参照



$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$

$\left(Z_2 = (R_3 /\!/ C) = \dfrac{(R_3)\left(\frac{1}{j\omega C}\right)}{R_3 + \frac{1}{j\omega C}} \right.$ のこと

$\left. Z_3 = (R_2 + L) = R_2 + j\omega L \right)$ のこと。

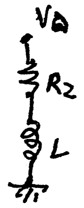
$$(R_1)(R_4) = (R_2 + j\omega L)\left(\frac{(R_3)\left(\frac{1}{j\omega C}\right)}{R_3 + \frac{1}{j\omega C}} \right)$$

$$(R_1)(R_4) = (R_2 + j\omega L)\,\frac{R_3}{(1 + j\omega C R_3)}$$

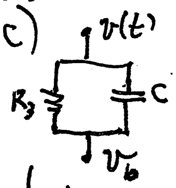
$$\frac{(R_1)(R_4)}{(R_3)} + j\omega C R_1 R_4 = R_2 + j\omega L$$

$$\left(R_2 = \frac{R_1 R_4}{R_3} \; ; \; L = C R_1 R_4 \; ; \right)$$ となる。

回路では $(Z_3 = R_2 + L)$ と書く。

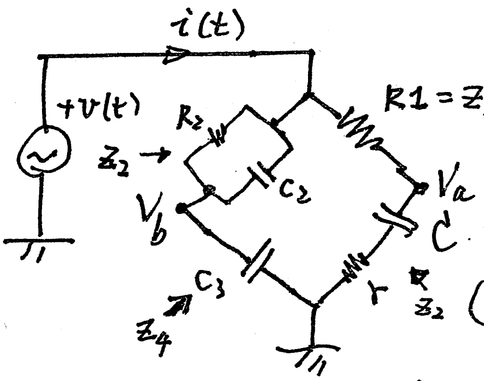


回路図では $(Z_2 = R_3 /\!/ C)$ と書く。



5.08 $Z_2 = R_2 /\!/ C_2 \; ; \; Z = r + C$ の場合。 $(Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3)$

実戦問題(23) p.138 参照



$$(R1)\left(\frac{1}{j\omega C_3} \right) = \left[r + \frac{1}{j\omega C} \right] \left[\frac{(R_2)\left(\frac{1}{j\omega C_2}\right)}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}} \right]$$

$$(R1) = (j\omega C_3)\left[1 + j\omega C r\right]\left[\frac{R_2}{1 + j\omega C_2 R_2} \right]\left[\frac{1}{j\omega C} \right]$$

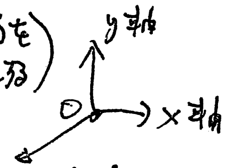
$$(j\omega C R1)\left[1 + j\omega C_2 R_2\right] = (j\omega C_3)\left[1 + j\omega C r\right] R_2$$

$$-\omega^2 C C_2 R_1 R_2 + j\omega C R_1 = -\omega^2 C_3 C r R_2 + j\omega C_3 R_2$$

$$C R_1 = C_3 R_2 \longrightarrow \boxed{C = C_3 \frac{R_2}{R_1}}$$

$$C C_2 R_1 R_2 = C_3 C r R_2 \longrightarrow \boxed{r = R_1 \frac{C_2}{C_3}}$$

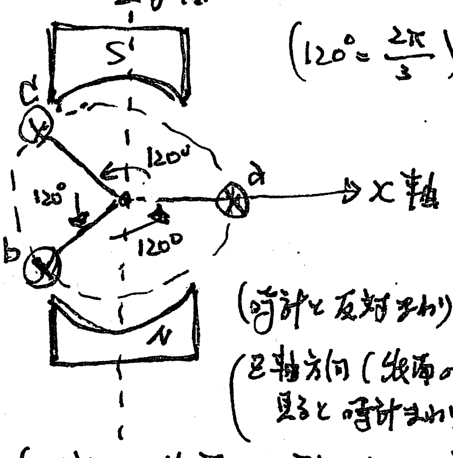
(X−y 平面を 紙面とする)



Z 軸 (紙面から飛び出す。)

5.09 三相起電力とは？

図41 p.140 参照



$\left(120° = \dfrac{2\pi}{3} \right)$

(時計と反対まわりに回る。)

(Z 軸方向 (紙面のウラから 見ると時計まわりに回る。)

(Z 軸は紙面から飛び出した方向が正の方向)

正弦波交流起電力 (対称三相起電力)

$$\begin{pmatrix} v_a(t) = \sqrt{2}\, V \sin(\omega t) \\ v_b(t) = \sqrt{2}\, V \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ v_c(t) = \sqrt{2}\, V \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \end{pmatrix}$$

同様に、対称三相電力が定義できる。

3つの相の各負荷 impedance が等しい時、

$$\begin{pmatrix} v_a(t) = (Z)\, i_a(t) \\ v_b(t) = (Z)\, i_b(t) \\ v_c(t) = (Z)\, i_c(t) \end{pmatrix}$$ となる。

これを 平衡三相負荷 と呼ぶ。