応用情報数学ノート③　(実力) = $\int_0^t$ (努力) dt

＊＊

応用情報数学　演習問題　03　　　教科書　pp.115～118

＊＊

授業時間を有効に使おう！

3.01　LCR回路で　電源電圧Vと(L,C,I)の値が与えられた時、
具体的な数値を例にして、ほかの値を求めよ。

たとえば、V=85 volt,wL=25Ω,1/wC=17Ω,I=5Aの時、
まず　impedance ベクトル Z[ ]に注目し、
R,Vr,VR(t),VL(t),VC(t)はどうなるか？

$I[\,] = \vec{I} = \overrightarrow{i(t)}$ のこと。
$V[\,] = \vec{V} = \overrightarrow{v(t)}$ のこと。

3.02　LC回路で　電源電圧Vと(L,C)の値が与えられた時、
具体的な数値を例にして、ほかの値を求めよ。

たとえば、V=6000 volt,wL=10Ω,1/wC=10Ωの時、
まず　impedance ベクトル Z[ ]に注目し、
電源電圧ベクトル V[ ]を使って、I[ ],VC[ ],VL[ ]を求めよ。

3.03　RL回路で　電源電圧ベクトル　Vo[ ] と(R,L)の値が与えられた時、
具体的な数値を例にして、ほかの値を求めよ。

たとえば、Vo[ ]=200 exp(πj/4),R=10√3Ω,wL=10Ωの時、
まず　impedance ベクトル Z[ ]に注目し、
電源ベクトル I[ ]などを求めよ。

電流を基準にしても…

$V[\,] = \vec{V} = \overrightarrow{v(t)} = v_0 \exp(j(\omega t - \theta))$
$I[\,] = \vec{I} = \overrightarrow{i(t)} = i_0 \exp(j\omega t)$

v_0 自体が複素数の時は、としても
i_0も複素数となる…

$V_0[\,] = \vec{v_0} = 200 \exp(\pi j/4)$

v_0が複素数の場合 $\vec{v_0}$ と書いても良い。
ややこしい!!

3.04　つぎの　DCDL code で記述された (R1+R2//L)　回路を図示せよ。

```
define R1+R2//L( ) { input V(t), GND;
                     output I(t),I2(t),IL(t),V1(t);
                     R1(V,V1);R2(V1,GND);L(V1,GND) ; }
```

I2=5A,R1=30Ω,R2=10Ω,wL=10Ωの時、
V(t)、I(t)、I2(t),IL(t),V1(t)の複素ベクトル関数を求めよ。

＊＊

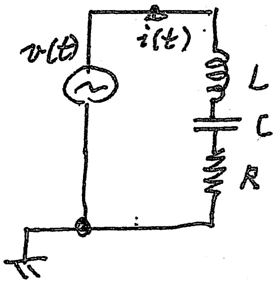
●DCDL とは？　DCDL=Digital Circuit Description Languageの略です。C-言語　like の coding で　computer に電子回路図を理解させて、自動的に入力値に対して、数値計算法でいろいろな出力値を計算する様になることが目標です。まだ開発途上実用化研究の段階です。

＊＊

「デジタル回路の世界」青山社　参照！

p.114
実戦問題⑧

3.01 LCR回路で電源電圧Vと(L, C, I)の値が与えられています。



この場合のV, Iは交流の平均値の意味である。

$$\begin{cases} v(t) = v_0 \sin(\omega t - \theta) = \sqrt{2}\, V \sin(\omega t - \theta) \\ i(t) = i_0 \sin(\omega t) = \sqrt{2}\, I \sin(\omega t) \end{cases}$$

複素数電圧/電流では.　(電流を基準にしている)

$$\begin{cases} \vec{v}(t) = v_0 \exp[j(\omega t - \theta)] = \sqrt{2}\, V \exp[j(\omega t - \theta)] \\ \vec{i}(t) = i_0 \exp[j\omega t] = \sqrt{2}\, I \exp[j\omega t] \end{cases}$$

複素 impedance $\vec{Z} = j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C} + R = R + j\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)$

$$\begin{cases} \vec{v}_L(t) = \vec{Z}_L\, \vec{i}(t) = (\omega L) \exp\left(j\frac{\pi}{2}\right) \vec{i}(t) \ ; \quad j = \exp\left(j\frac{\pi}{2}\right) \ ; \\ \vec{v}_C(t) = \vec{Z}_C\, \vec{i}(t) = \left(\frac{1}{j\omega C}\right) \vec{i}(t) = \left(\frac{1}{\omega C}\right) \exp\left(-j\frac{\pi}{2}\right) \vec{i}(t) \ ; \quad \frac{1}{j} = -j = \exp\left(-j\frac{\pi}{2}\right) \\ \vec{v}_R(t) = \vec{Z}_R\, \vec{i}(t) = (R)\, \vec{i}(t) \ ; \quad \vec{Z} = \vec{v}(t) / \vec{i}(t) = \left(\frac{v_0}{i_0}\right) \exp(-j\theta) \end{cases}$$

$$|\vec{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \ ; \quad |\vec{Z}| = \frac{v_0}{i_0} = \frac{\sqrt{2}\, V}{\sqrt{2}\, I} = \frac{V}{I} \ ;$$

$$\vec{Z} = |\vec{Z}| \exp(-j\theta) = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \ ; \quad \tan\theta = \frac{\left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)}{R} \ ;$$

ここで $V = 85$ volt, $\omega L = 25\Omega$, $\frac{1}{\omega C} = 17\Omega$, $I = 5A$ とする.

$$|\vec{Z}| = \frac{V}{I} = \frac{85}{5} = 17\Omega = \sqrt{R^2 + (25-17)^2}$$

$$R^2 = (17)^2 - (25-17)^2 = (25)(9) \ ; \quad \boxed{R = (5)(3) = 15\Omega}$$

$$|\vec{v}_R(t)| = (R)\, |\vec{i}(t)| = \sqrt{2}\, V_R = (R)(\sqrt{2}\, I) \ ; \quad \boxed{V_R = RI = (15)(5) = 75\,\text{volt}}$$

なぜなら、 $\vec{v}_R(t) = V_{R_0} \exp(j\omega t) = (R)\, \vec{i}(t) = (R i_0) \exp(j\omega t) = (\sqrt{2}\, RI) \exp(j\omega t)$

また $\vec{v}_R(t) = \sqrt{2}\, V_R \exp(j\omega t)$ でもあるので、 $V_R = RI$ となる.

この時 $\tan\theta = \dfrac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{R} = \dfrac{17-25}{15} = -\dfrac{8}{15} < 0$ (誘導 Reactance)

$\vec{i}(t) = i_0 \exp(j\omega t) = \sqrt{2}\, I \exp(j\omega t)$ に対して。 $i(t) = 5\sqrt{2} \sin(\omega t)$ となる.

$\vec{v}(t) = v_0 \exp(j(\omega t - \theta)) = \sqrt{2}\, V \exp(j(\omega t - \theta))$ に対して.

$$v(t) = 85\sqrt{2} \sin\left(\omega t + \tan^{-1}\left(\frac{8}{15}\right)\right)$$

$\vec{v}_R(t) = V_{R_0} \exp(j\omega t) = \sqrt{2}\, V_R \exp(j\omega t) = R\, \vec{i}(t) = \sqrt{2}\, RI \exp(j\omega t)$.

$V_R = RI = 75_{\text{volt}}$　$v_R(t) = 75\sqrt{2} \sin(\omega t)$ となる.

$\vec{v}_L(t) = V_{L_0} \exp(j\omega t) \exp\left(j\frac{\pi}{2}\right) = \vec{Z}_L\, \vec{i}(t) = (j\omega L)\, \vec{i}(t) = \sqrt{2}\, \omega L I \exp(j\omega t) \exp\left(j\frac{\pi}{2}\right)$

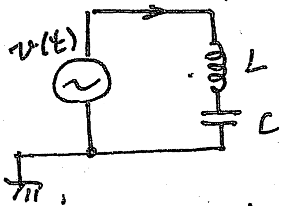
$\omega L I = (25)(5) = 125$;　$v_L(t) = 125\sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ となる.

$\vec{v}_C(t) = V_{C_0} \exp(j\omega t) \exp\left(-j\frac{\pi}{2}\right) = \vec{Z}_C\, \vec{i}(t) = \left(\frac{1}{j\omega C}\right) \vec{i}(t) = \dfrac{\sqrt{2}\, I}{\omega C} \exp(j\omega t) \exp\left(-j\frac{\pi}{2}\right)$

$I/\omega C = (5)(17) = 85$;　$v_C(t) = 85\sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ となる.

p.145 実戦問題 ⑨ !

3.02 | LC回路で、電源V, L, Cの値が与えられている時.



電源を基準とすると. $\vec{v}(t) = v_0 \exp[j\omega t] = \sqrt{2}\,V \exp[j\omega t]$

$$\vec{Z} = \omega L j + \frac{1}{\omega C j} = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) j = |\vec{Z}| \exp[j\theta]$$

$$\vec{i}(t) = i_0 \exp[j\omega t]\exp[-j\theta] = \sqrt{2}\,I \exp(j\omega t)\exp(-j\theta)$$

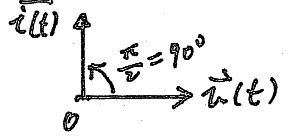
$$\vec{v}(t) = (\vec{Z})(\vec{i}(t))$$

$V = 6000\,\mathrm{V}$, $\omega L = 10\,\Omega$; $\frac{1}{\omega C} = 110\,\Omega$ の時 $\quad \vec{Z} = (10-110)j = -100j$

$$\vec{i}(t) = \frac{\vec{v}(t)}{\vec{Z}} = \frac{\sqrt{2}\,V}{(-100j)} \exp(j\omega t) = \frac{\sqrt{2}}{100} V \exp(j\omega t)\exp\left(\frac{\pi}{2} j\right)$$

$$\vec{i}(t) = \sqrt{2}\,I \exp(j\omega t)\exp(-j\theta) = \frac{\sqrt{2}}{100} V \exp(j\omega t)\exp\left(\frac{\pi}{2} j\right)$$

$V = 600\,\mathrm{V}$ より $\quad I = \frac{6000}{100} = 60\,(A) \quad \theta = -\frac{\pi}{2}$



[$\vec{i}(t)$ は $\vec{v}(t)$ より $\frac{\pi}{2} = 90°$ 位相(phase)が早い.]

$$\vec{v}_C(t) = \left(\frac{1}{j\omega C}\right)\vec{i}(t) = \left(\frac{1}{j\omega C}\right)\frac{\vec{v}(t)}{\vec{Z}} = (-110j)\frac{\vec{v}(t)}{(-100j)} = (1.1)\,\vec{v}(t)$$

$$\boxed{\vec{v}_C(t) = (1.1)\,\vec{v}(t)}$$

(容量にかかる電圧は 電源と同相で 振幅が 1.1 倍に 増幅される!!)

$|\vec{v}_C| = \sqrt{2}\,V_C = (1.1)\sqrt{2}\,V$ より $\quad V = 6000\,\mathrm{V}$ の時 $V_C = 6600\,\mathrm{V}$

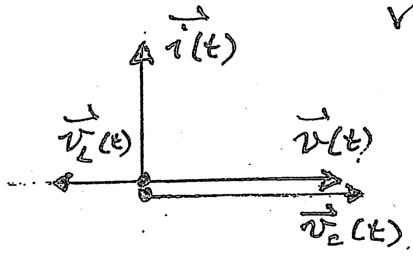
$$\vec{v}_L(t) = (j\omega L)\,\vec{i}(t) = (j\omega L)\frac{\vec{v}(t)}{\vec{Z}} = (10j)\frac{\vec{v}(t)}{(-100j)} = (-0.1)\,\vec{v}(t)$$

$$\boxed{\vec{v}_L(t) = (-0.1)\,\vec{v}(t)}$$

(コイルにかかる電圧は電源と 逆相になり 電源の瞬間電圧 $v(t)$ がプラスの時、$v_L(t)$ はマイナスになる !!)

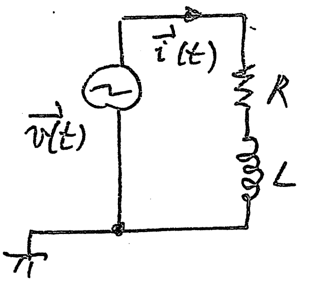
$|v_L(t)| = \sqrt{2}\,V_L = (0.1)\sqrt{2}\,V$ より

$V_L = 600\,\mathrm{V}$; $(V = V_C - V_L)$ となる.



$$\left\{\begin{aligned} \vec{v}_C &= 1.1\,\vec{v}(t) \\ \vec{v}_L &= -0.1\,\vec{v}(t) \\ \vec{i}(t) &= \frac{1}{\vec{Z}}\vec{v}(t) = \frac{j}{100}\vec{v}(t) \end{aligned}\right\}$$

3.03 RL回路で電源電圧 V と (R, L) の値が与えられている時.　　p. 116 実戦問題⑩



$$\vec{v}(t) = v_0 \exp(j\omega t) = \sqrt{2}\, V \exp(j\omega t)$$

$$\vec{i}(t) = i_0 \exp(j(\omega t - \theta)) = \sqrt{2}\, I \exp(j(\omega t - \theta))$$

$$\vec{v}(t) = (\vec{Z}_L)\, \vec{i}(t) \qquad \vec{Z}_L = R + j\omega L = |z| \exp(j\theta)$$

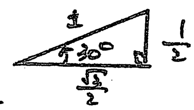
$$\vec{i}(t) = \frac{1}{(\vec{Z}_L)} \vec{v}(t) \quad ; \quad \tan\theta = \frac{\omega L}{R} \ ;$$

ここで $v_0 = 200 \exp\left(\frac{\pi}{4} j\right)$, $R = 10\sqrt{3}\ \Omega$, $\omega L = 10\ \Omega$ とする.

$$\vec{v}(t) = 200 \exp\left(\frac{\pi}{4} j\right) \exp(j\omega t) \qquad v(t) = 200 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) \text{となる.}$$

$$\vec{Z} = R + j\omega L = 10\sqrt{3} + 10j = |z| \exp(j\theta)$$

$$|z| = 10\sqrt{3+1} = 20\ \Omega \qquad \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \theta = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$$



$$\vec{Z} = 20 \exp\left(\frac{\pi}{6} j\right) = (20)\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} j\right) = 10\sqrt{3} + 10j$$

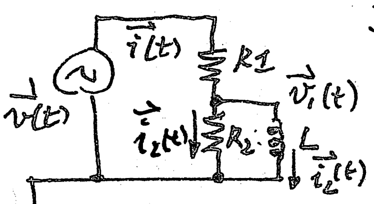
$$\vec{v}(t) = v_0 \exp(j\omega t) = \sqrt{2}\, V \exp(j\omega t) \qquad V = \frac{v_0}{\sqrt{2}} = \frac{200}{\sqrt{2}} \exp\left(\frac{\pi}{4} j\right)$$

$$\vec{i}(t) = \frac{\vec{v}(t)}{\vec{Z}} = \frac{1}{20} \exp\left(-\frac{\pi}{6} j\right) (200) \exp\left(\frac{\pi}{4} j\right) \exp(j\omega t)$$

$$\vec{i}(t) = (10) \exp(j\omega t) \exp\left(\frac{\pi}{12} j\right) \qquad \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12}\right)$$

すなわち　$i(t) = 10 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{12}\right)$ となる.

3.04 $(R1 + R2 /\!/ L)$ 回路において I_2 と $(R1, R2, L)$ の値が与えられている時.　　p. 118 実戦問題11



I_2 の電流は $R2$ に流れる電流のこと。

$$\vec{v}_1(t) = R_2\, \vec{i}_2(t) \quad ; \quad \vec{v}_L(t) = \vec{v}_1(t) \ ;$$

$$|\vec{v}_1(t)| = (R_2)\, |\vec{i}_2(t)| = (R_2) \sqrt{2}\, I_2$$

$$\vec{i}(t) = \vec{i}_2(t) + \vec{i}_L(t)$$

$\vec{i}_2(t)$ を基準にすると.　$\vec{i}_2(t) = i_{20} \exp(j\omega t) = \sqrt{2}\, I_2 \exp(j\omega t)$

$\begin{pmatrix} I_2 = 5A,\ R1 = 30\Omega \\ R2 = 10\Omega,\ \omega L = 10\Omega \end{pmatrix}$ とする...

$$\vec{v}_1(t) = R_2\, \vec{i}_2(t) = \sqrt{2}\, R_2 I_2 \exp(j\omega t) = 50\sqrt{2} \exp(j\omega t)$$

$$\vec{v}_1(t) = (\vec{Z}_L)\, \vec{i}_L(t) = (j\omega L)\, \vec{i}_L(t)$$

$$\vec{i}_L(t) = \frac{1}{j\omega L} \sqrt{2}\, R2\, I_2 \exp(j\omega t)$$

$$i(t) = (\sqrt{2}\, I_2)\left(1 + \frac{R_2}{j\omega L}\right) \exp(j\omega t) = \sqrt{2}\, I \exp(j\omega t)$$

$$I = (I_2)\left(1 + \frac{R2}{j\omega L}\right) = (5)\left(1 + \frac{10}{10j}\right) = 5 - 5j$$

$$\vec{v}(t) = (R1)\, \vec{i}(t) + \vec{v}_1(t) = \left[(30)(5-5j)\sqrt{2} + 50\sqrt{2}\right] \exp(j\omega t)$$

$\vec{v}(t) = (200 - 150j)\sqrt{2} \exp(j\omega t) = \sqrt{2}\, V \exp(j\omega t)$ より

$\boxed{V = 200 - 150j}$　　$|V| = \sqrt{(200)^2 + (150)^2} = (50)\sqrt{16+9} = 250$ volt