応用情報数学 ノート②

$$\int_0^t (\text{努力})\,dt = (\text{実力})$$

につながる!!

****

応用情報数学　演習問題　02　　　　教科書　pp.104〜114

****

2.01　抵抗だけの回路を　次のDCDL code で定義する。

```
define  R( ) { input v(t), GND ; output i(t); i(t)=IR(v,GND); }
```

この回路図を描き、電圧電流特性を説明せよ。

特に電圧 v(t) を基準とすると 電流i(t)の位相(phase)はどうなるか？

2.02　コイル(self inductance)だけの回路を　次のDCDL code で定義する。

```
define  L( ) { input v(t), GND ; output i(t); i(t)=IL(v,GND); }
```

この回路図を描き、電圧電流特性を説明せよ。

コイル(self inductance)の impedance ZL とは？

特に電圧 v(t) を基準とすると 電流i(t)の位相(phase)はどうなるか？

電源電圧 v(t)が　Step 関数の時、電流i(t)の波形はどうなるか？

2.03　コイル(self inductance)のimpedanceを 20 Ωとする。

電源電圧が100Vの時、瞬時電圧　v(t)　と　瞬時電流　i(t)を求めよ。

電源電圧　v(t) に対して　瞬時電流　i(t)　の相対位相はどうなるか？

2.04　静電容量だけの回路を　次のDCDL code で定義する。

```
define  C( ) { input v(t), GND ; output i(t); i(t)=IC(v,GND); }
```

この回路図を描き、電圧電流特性を説明せよ。静電容量の impedance ZC とは？

特に電圧 v(t) を基準とすると 電流i(t)の位相(phase)はどうなるか？

電源電圧　v(t) に対して　瞬時電流　i(t)　の相対位相はどうなるか？

2.05　静電容量が25Ωで電源電圧が100Vの時、瞬時電圧　v(t)　と　瞬時電流　i(t)を求めよ。

電源電圧　v(t) に対して　瞬時電流　i(t)　の相対位相はどうなるか？

2.06　RLC直列回路の回路を　次のDCDL code で定義する。

```
define  RLC( ) { input v(t), GND ; output i(t),VR(t),VL(t),VC(t);
        IR(v,V1);IL(V1,V2);IC(V2,GND); VR=v-V1;VL=V1-V2;VC=V2-GND; }
```

この回路図を描き、電圧電流特性を説明せよ。このRLC直列回路の impedance Z とは？

誘電reactanceとは？ 静電reactanceとは？

特に電圧 v(t) を基準とすると 電流i(t)の位相(phase)はどうなるか？

2.07 RLC直列回路で(1)抵抗値 R と(2)容量の実行抵抗値 |ZC|の値と、

(3)容量にかかる電圧VCの値が与えられている時で、

(4)電源電圧が100V の時、コイルの実行抵抗を求めよ。この回路の性質を述べよ。

2.08 以下DCDL code で　定義される　RLCのnetwork 回路図を描け。

```
define RLCNET( ) { input v(t), GND;
    output V1(t)〜V5(t),IR1(t)〜IR5(t),IC1(t)〜IC4(t),IL1(t)〜IL2(t);
        IR1(v,V1);IR2(v,V2);IR3(V3,GND);IR4(V3,V4);IR5(V5,GND);
    IC1(V2,V3);IC2(V2,GND);IC3(V1,V4);IC4(V4,GND); IL1(V1,V3);IL2(V4,V5); }
```

****

●DCDL とは?　DCDL=Digital Circuit Description Languageの略です。C-言語　like の coding で　computer に電子回路図を理解させて、自動的に入力値に対して、数値計算法でいろいろな出力値を計算する様になることが目標です。まだ開発途上実用化研究の段階です。

****

デジタル回路(電子回路一般)の基本電子部品は、

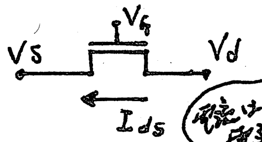
① アルミ配線・送電線など!!
② 抵抗体
③ コイル
④ 容量.
⑤ ダイオード
⑥ トランジスター

の6種類しかありません!!

この組み合せで、すべての回路が Computer が 電子器/システムが 構築されます

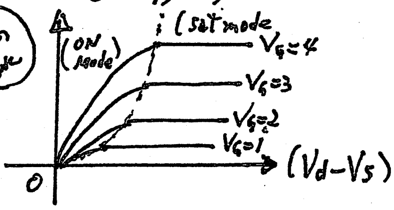
ALPSをささえる「デジタル回路の世界」 青山社 pp.303〜323参照
＜第4章 デジタル回路の基本部品＞

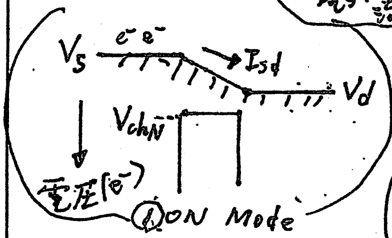
① NMOS Transistorとは？

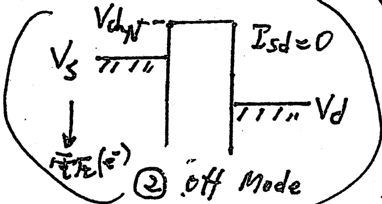


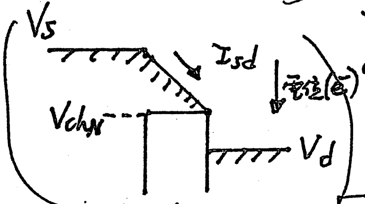
$\Rightarrow \boxed{V_{chN} = V_g - V_{thN}}$

$I_{ds} = f(V_g, V_d, V_s)$









(電位は下にプラス方向となる)

① ON Modeでは、

$V_{chN} = V_g - V_{thN} > V_d > V_s$

電流 I_{ds} は V_g と $(V_d - V_s)$ 両方の関数である。

② off Modeでは、

$V_{chN} < V_s < V_d,\ I_{ds} = 0$

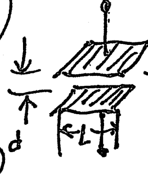
③ sat (saturation) Modeでは、

$V_s < V_{chN} = V_g - V_{thN} < V_d$ では、電流 I_{ds} は $V_{chN} = V_g - V_{thN}$ だけの関数で、V_d の値には影響されない。

① ON Modeでの I_{ds} を求めてみる

$Q = CV$; $I = \frac{Q}{T}$;

$C = (\mathrm{Area})\left(\frac{\varepsilon_{SiO_2}}{d}\right) = (WL)\left(\frac{\varepsilon_{SiO_2}}{d}\right)$



$(\mathrm{Area}) = (W)(L)$

$V = \left(\frac{V_d + V_s}{2} - V_{chN}\right)$; $Q = (WL)\left(\frac{\varepsilon_{SiO_2}}{d}\right)\left(\frac{V_d + V_s}{2} - V_{chN}\right)$;

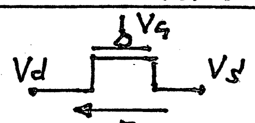
$T = \frac{L_N}{v} = \frac{L_N}{\mu_e E} = \frac{L_N}{(\mu_e)\left(\frac{V_d - V_s}{L}\right)} = \frac{L_N^2}{(\mu)(V_d - V_s)}$

$I_{ds} = \frac{Q}{T} = (WL)\left(\frac{\varepsilon_{SiO_2}}{d}\right)\left(\frac{\mu_e}{L_N^2}\right)(V_d - V_s)\left(\frac{V_d + V_s}{2} - V_{chN}\right)$

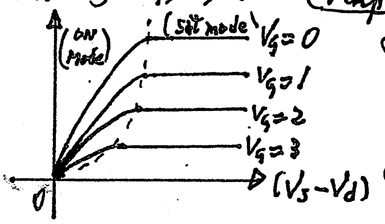
$$\boxed{I_{ds} = (K_N)(V_d - V_s)\left(\frac{V_d + V_s}{2} - V_{chN}\right)} ;\quad K_N = \left(\frac{W_N}{L_N}\right)\left(\frac{\mu_e \varepsilon_{SiO_2}}{d}\right)$$

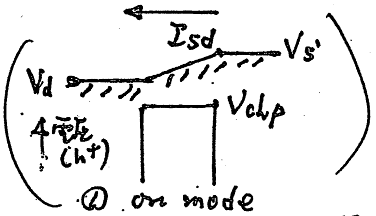
また、③ sat modeでは、$V_{chN} = V_d$ として、$\boxed{I_{ds} = \left(\frac{K_N}{2}\right)(V_{chN} - V_s)^2}$ となる。

② PMOS Transistorとは？



$I_{sd} = f(V_g, V_s, V_d)$ $\boxed{V_{chp} = V_g + V_{thp}}$





① on modeでは、

$V_{chp} = V_g + V_{thp} < V_d < V_s$

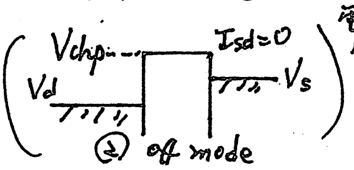
電流 Isd は V_g と $(V_s - V_d)$ の関数。

② off modeでは、

$V_{chp} > V_s > V_d$

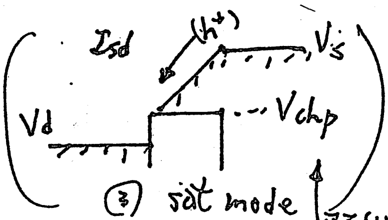
③ sat (saturation) modeでは、$V_d < V_{chp} = V_g + V_{thp} < V_s$

Isd は $V_{chp} = V_g + V_{thp}$ だけの関数で V_d には関係しない。



$$\boxed{I_{sd} = \left(\frac{K_p}{2}\right)(V_s - V_{chp})^2 \quad K_p = \left(\frac{W_p}{L_p}\right)\left(\frac{\mu_h \varepsilon_{SiO_2}}{d}\right)}$$

① on modeでは、$V_{chp} = V_g + V_{thp} < V_d < V_s$ で、電流 I_{ds} は V_g と $(V_s - V_d)$ の関数で、



$$\boxed{I_{sd} = (K_p)(V_s - V_d)\left(V_{chp} - \frac{V_s + V_d}{2}\right)}$$

となる!!

電流は ホール(h⁺)の流れ　電位は上にプラス方向となる。

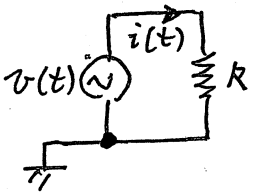
p.104 電气(4)

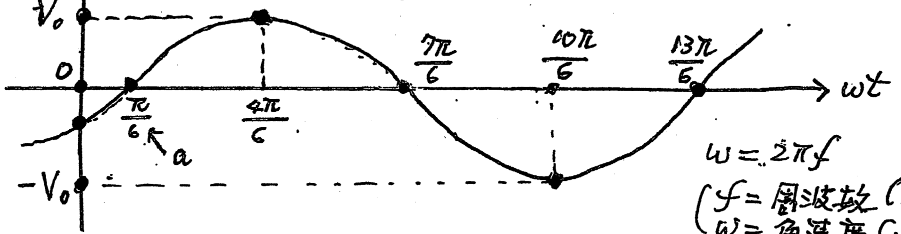
2.01 抵抗 R だけの回路の電流電圧特性.　(オームの法則 $V=IR$ そのもの)

$v(t)=V_0\sin(\omega t-a)$ とすると. $i(t)=\frac{v(t)}{R}=\frac{V_0}{R}\sin(\omega t-a)$ となり、

瞬時電流 $i(t)$ は 瞬時電圧 $v(t)$ とは同相である. (位相 (phase) が同じ)

$v(t)=V_0\sin(\omega t-\frac{\pi}{6})$ の場合. (遅れ $a=\frac{\pi}{6}$)





$\omega=2\pi f$
(f = 周波数 (Hz)
ω = 角速度 (rad/sec))

$V_0=V\sqrt{2}=100\sqrt{2}$ volt ; $R=10\Omega$ とすると. $i(t)=\frac{100\sqrt{2}}{10}\sin(\omega t-\frac{\pi}{6})=10\sqrt{2}\sin(\omega t-\frac{\pi}{6})$ とする.

ここで V_0 = (瞬時電圧 $v(t)$ の最大値), V = (交流電圧の平均電圧) と言う。

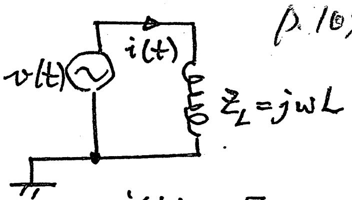
$f=50$ Hz の時. $\omega=2\pi f=100\pi$ とする.

最終的に. $i(t)=10\sqrt{2}\sin(100\pi t-\frac{\pi}{6})$ とする

p.105 (答)

2.02 Coil (自己インダクタンス) だけの回路

p.105 —



$\boxed{v(t)=L\frac{di(t)}{dt}}$ の基本的な電流電圧関係がある!

$Z_L=j\omega L$ = (impedance と呼ぶ.

$i(t)=I_0\sin(\omega t-a)$ とすると. $v(t)=\omega L\cos(\omega t-a)$ となる.

ここで 電圧・電流とも 複素数の領域に定義を広げる, すなわち、

$i(t)=I_0\exp[(\omega t-a)j]$ とする. $v(t)=(\omega Lj)\,i(t)$ となる.

$Z_L=\omega Lj$ として. $v(t)=Z_L\,i(t)$ となり. オームの法則が成り立つ.

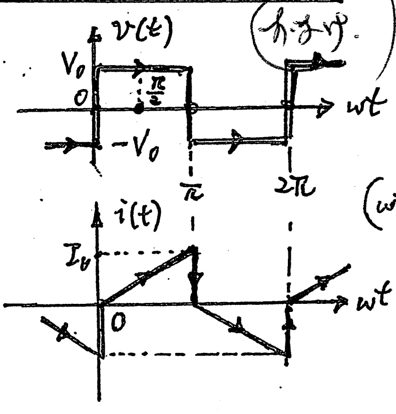
$j=\exp(\frac{\pi}{2}j)$ より、 $v(t)=(\omega L)\exp[\frac{\pi}{2}j]\,i(t)$

$v(t)=(\omega LI_0)\exp[\{(\omega t-a)+\frac{\pi}{2}\}j]$ となる.

瞬時電圧 $v(t)=V_0\exp[(\omega t-b)j]$ は、瞬時電流 $i(t)=I_0\exp[(\omega t-a)j]$ に対して、($b=a-\frac{\pi}{2}$) より. ($b-a=-\frac{\pi}{2}$) となる。すなわち、
瞬時電圧 $v(t)$ の位相の遅れ b は、電流 $i(t)$ の位相の遅れ a より $\frac{\pi}{2}$ だけ小さい。すなわち、$\boxed{\text{瞬時電圧 } v(t) \text{ の方が 瞬時電圧 } i(t) \text{ より } \frac{\pi}{2} \text{ だけ位相が早い}}$

電圧が step 関数の場合

おまけ



$v(t)=L\frac{di(t)}{dt}$ より $i(t)=i(0)+\frac{1}{L}\int_0^t v(t)\,dt$

これをフーリエ級数で近似すると、

$v(t)=(\frac{4V_0}{\pi})[\sin(\omega t)+\frac{1}{3}\sin(3\omega t)+\frac{1}{5}\sin(5\omega t)+\cdots]$ となる!

($\omega t=\frac{\pi}{2}$ で $v(t)=V_0$) より、($\pi=4-\frac{4}{3}+\frac{4}{5}-\frac{4}{7}+\frac{4}{9}-\cdots$) となる!

また、$i(t)=A-(\frac{4V_0}{\pi\omega})[\cos(\omega t)+\frac{1}{9}\cos(3\omega t)+\frac{1}{25}\cos(5\omega t)+\cdots]$ となる!

<すべての周期関数はフーリエ級数で近似できる>

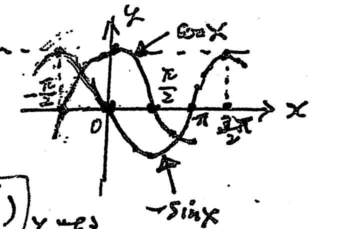
ここで $A=\frac{4V_0}{\pi\omega}[1+\frac{1}{9}+\frac{1}{25}+\frac{1}{49}+\cdots]$ となる!!

2.03 | 平均電圧 $V = 100$ volt の交流電圧 $v(t)$ を $Z_L = \omega L j = 20\Omega$ のコイルにかける。 p.107 実験(5)

$$v(t) = 100\sqrt{2}\sin(\omega t) \rightarrow v(t) = 100\sqrt{2}\exp(\omega t j)$$

$$i(t) = \frac{1}{j\omega L}v(t) = \frac{-100\sqrt{2}}{(20)}\cos(\omega t) = 5\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$\cos(x) = -\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$



電圧値を基準にとると.

$v(t) = 100\sqrt{2}\sin\omega t$; $i(t) = 5\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ となる。

($i(t)$ が $v(t)$ に対して $\frac{\pi}{2}$ 遅れる。)

電流値を基準にとると

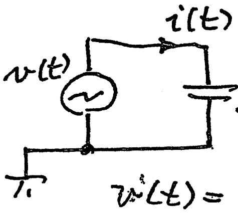
$\boxed{i(t) = 5\sqrt{2}\sin(\omega t)}$; $\boxed{v(t) = 100\sqrt{2}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}$ となる。

基準 ($v(t)$ が $i(t)$ に対して $\frac{\pi}{2}$ 早くなる。)

2.04 | 静電容量だけの回路 p.108-110

$$Z_C = \frac{1}{\omega C j} = \frac{-j}{\omega C} = \frac{1}{\omega C}\exp\left(-\frac{\pi}{2}j\right)$$

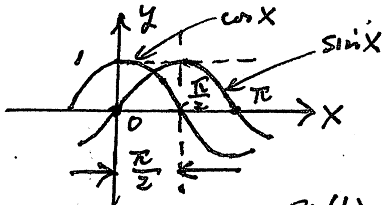
$Q(t) = C\,v(t)$



$Z_C = \frac{1}{\omega C j}$ $\boxed{\frac{d}{dt}Q(t) = i(t) = C\frac{d}{dt}v(t)}$ の基本的な電圧電流関係がある!

$v(t) = V_0\sin(\omega t - b)$ とすると. $i(t) = \omega C V_0\cos(\omega t - b)$ となる.

$\cos x$ の関数は $\sin x$ の関数より位相(phase)が $\frac{\pi}{2}$ 早い. 位相遅れ $\boxed{a = b - \frac{\pi}{2}}$ とする.



$$\begin{pmatrix} \cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \\ \sin x = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \end{pmatrix}$$ となっている!!

$\left[\frac{d}{dx}\cos x = -\sin x \quad \frac{d}{dx}\sin x = \cos x\right]$

静電容量回路の場合.

$v(t) = V_0\sin(\omega t - b)$; $i(t) = \omega C V_0\sin\left(\omega t - b + \frac{\pi}{2}\right)$; となり

同様に複素数の領域に定義を広げる　$\boxed{\text{電流の方が電圧より位相(phase)が } \frac{\pi}{2} \text{ だけ早い}}$

$v(t) = V_0\exp[(\omega t - b)j]$ として. $i(t) = I_0\exp[(\omega t - a)j]$ として.

$i(t) = C\frac{d}{dt}v(t)$ より. $I_0\exp[(\omega t - a)j] = (\omega C j)V_0\exp[(\omega t - b)j]$

$i(t) = (\omega C j)v(t)$ となり. $Z_C = \left(\frac{1}{\omega C j}\right)$ とすると. $v(t) = (Z_C)\,i(t)$ となりオームの法則が成り立つ

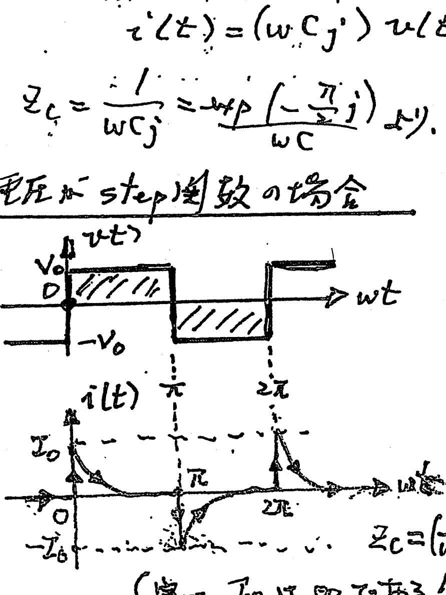
$Z_C = \frac{1}{\omega C j} = \frac{\exp\left(-\frac{\pi}{2}j\right)}{\omega C}$ より.

$v(t)$ は永遠に定数ではない

$i(t) = C\frac{d}{dt}v(t)$ より $\begin{pmatrix} v(t) = V_0 = \text{一定} \\ \text{for } 0 < \omega t < \pi \end{pmatrix}$ のはず??

$i(t) = 0$ のはず!!

電圧が step 関数の場合



$$v(t) = \left(\frac{4V_0}{\pi}\right)\left[\sin(\omega t) + \frac{1}{3}\sin(3\omega t) + \frac{1}{5}\sin(5\omega t) + \cdots\right]$$

(三角関数波の合成波) となる!

$$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt} = \frac{4CV_0\omega}{\pi}\left[\cos(\omega t) + \cos(3\omega t) + \cos(5\omega t) \cdots\right]$$

となる!

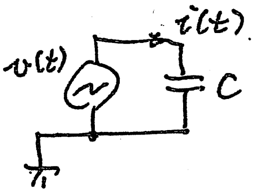
($v(t)$ は永遠に一定ではない!!)

$Z_C = \left(\frac{1}{\omega C j}\right)$

($\omega t = 0, \pi, 2\pi$ で急激に変化する。その時に最大瞬間電流が流れる!!)

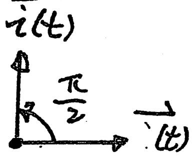
(実は I_0 は ∞ である!!)

2.05 | 25Ω相当の静電容量に交流電圧100Vを加えた時. p.110 実戦⑥



$v(t) = 100\sqrt{2}\sin(\omega t)$ とする. 電圧を基準にとる.

$v(t) = 100\sqrt{2}\exp(\omega t j)$ とも書く!



容量 impedance $|Z_c| = \left|\frac{1}{j\omega C}\right| = 25\Omega$ とする.

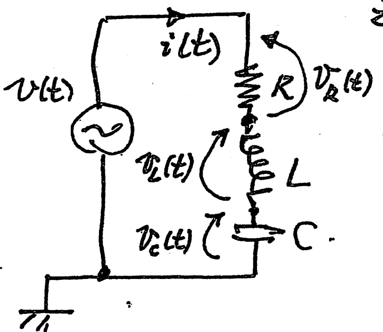
$Z_c = \frac{1}{j\omega C}$ $\quad i(t) = \frac{v(t)}{Z_c} = \frac{100}{25}\sqrt{2}\,(+j)\exp(\omega t j)$

$\boxed{+j = \exp\left(+\frac{\pi}{2}j\right)}$ $\quad i(t) = 4\sqrt{2}\exp\left(\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)j\right)$

($\frac{\pi}{2} = 90°$ 位相が早い) すなわち. $i(t) = 4\sqrt{2}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ となる!!

瞬時電流 $i(t)$ は 瞬時電圧 $v(t)$ より $\frac{\pi}{2} = 90°$ 位相(phase)が早い.

2.06 | RLC直列回路の impedance Z の値 p.111



$Z_R = R$; $Z_L = j\omega L$; $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$;

$$\begin{cases} i(t) = I_0 \exp(j(\omega t - a)) \\ v(t) = V_0 \exp(j\omega t) \end{cases}$$ ← (電圧を基準とする.)

$Z = Z_R + Z_L + Z_C$ $\quad v(t) = (Z)\, i(t)$ となる!!

$v(t) = v_R(t) + v_L(t) + v_C(t) = V_0 \exp(j\omega t)$

$v(t) = (Z)\, i(t)$ より. $\quad Z = \left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right)$ として.

$V_0 \exp(j\omega t) = \left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right) I_0 \exp(j(\omega t - a))$ となる.

$Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + jX = R + j(X_L - X_C)$ とも書く.

(ベクトルインピーダンスと呼ぶ)

$X = \omega L - \frac{1}{\omega C} = (X_L - X_C)$; $X_L = \omega L$; $X_C = \frac{1}{\omega C}$;

(リアクタンス) (誘導リアクタンス) (容量リアクタンス)

$Z = R + jX$ より $|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$ $\quad \tan\theta = \frac{X}{R}$ とする.

$Z = R + jX = |Z|\exp(j\theta)$ となる $\quad \boxed{X = X(\omega)}$

従って. $V_0 \exp(j\omega t) = |Z|\exp(j\theta)\, I_0 \exp(j\omega t - aj)$

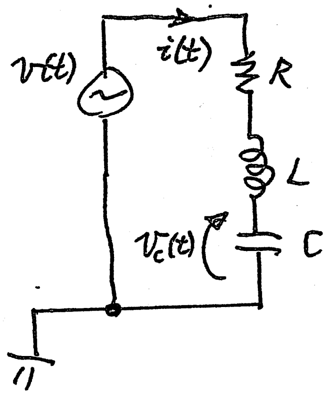
($\theta = a$ とする!!) $\quad$ ($v(t) = V_0\exp(j\omega t)$ に対して. $i(t) = I_0 \exp(j(\omega t - \theta))$)

($\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ の時 $X = 0$! 共振する!!)

$V_0 = (I_0)|Z|$ となる!

2.07 RLC 直列回路で Rの値と、容量Cにかかる電圧 V_c と $|Z_c|$ の値が与えられている時

p. 113 実験⑦



$v(t) = V \exp(j\omega t)$ を基準とする。

$i(t) = I \exp(j(\omega t - \theta))$ と書く。

$v(t) = (z)\, i(t)$ R = 6Ω とする ―①

$$z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = 6 + j\omega L - 10j \quad \text{―Ⓐ}$$

$$Z_c = \frac{1}{j\omega C}$$ $|Z_c| = \frac{1}{\omega C} = 10\Omega$ とする。―②

$v_c(t) = Z_c\, i(t)$ $|v_c(t)| = |Z_c|\,|i(t)|$

また、$v(t) = (z)\, i(t)$ より $|v_c(t)| = 100\,\text{volt}$ とすると、―③

その時 $|i(t)| = \frac{|v_c(t)|}{|Z_c|} = \frac{100\text{v}}{10\Omega} = 10\text{A}$ ―Ⓑ

$|v(t)| = |z|\,|i(t)|$

$100\text{v} = |6 + j\omega L - 10j|\,(10\text{A})$ $(10\Omega) = |6 + j\omega L - 10j|$ となる!!

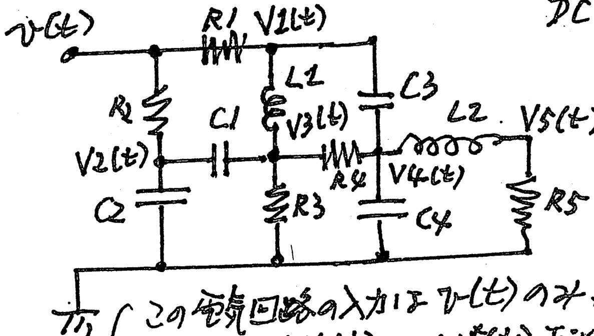
$100 = 36 + (\omega L - 10)^2$ となる。

$(\omega L - 10)^2 = 64 = 8^2$ $\omega L = 10 \pm 8 = 18$ or 2 となる。

$\omega L = 18$ の時、$z = 6 + 18j - 10j = 6 + 8j$ $X = 8 > 0$ で リアクタンス性

$\omega L = 2$ の時 $z = 6 + 2j - 10j = 6 - 8j$ $X = -8 < 0$ で 容量性 となる

2.08 RLC Network 回路の電圧電流特性 おまけ!!




```
DCDL code for RLCNet( ) { input v(t);
    output V1(t), V2(t), V3(t), V4(t), V5(t);
    IR2( v, V2); IR4(V3, V4);
    IR1( v, V1); IC3(V1, V4);
    IC2(V2, GND); IC4(V4, GND);
    IC1(V2, V3); IL2(V4, V5);
    IL1(V1, V3); IR5(V5, GND); }
    IR3(V3, GND);
```

この電気回路の入力は v(t) のみ、その値で V1(t) 〜 V5(t) だけでなく、R1 〜 R5, C1 〜 C4, L1 〜 L2 に流れる電流の値も決まる!! さて、どうすれば自動的に Computer で計算できるか?? ⇒ 数値計算法を勉強しよう!