

\*\*\*\*\*  
ロボット工学基礎 演習問題 11  
\*\*\*\*\*

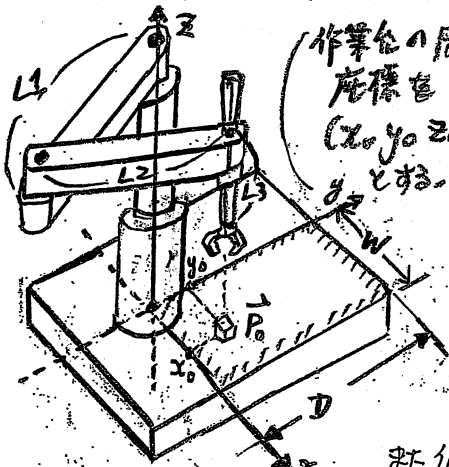
11.01 DOF=2のRobot Arm を、具体的に次の各Stepに従い、設計しなさい。

- ① まずPick&Place作業台のイメージ図を描き、  
その要求仕様を定義しなさい。
- ② Robot Arm の Link長さや姿勢角の値の制約条件を説明しなさい。
- ③ Robot Arm の材質とその断面形状と強度について説明しなさい。
- ④ Robot Arm の2次momentと体積を計算しなさい。
- ⑤ Robot Arm の自分の重さによるたわみの値を概算しなさい。
- ⑥ Robot Arm の慣性momentを概算しなさい。
- ⑦ Robot Arm の加速度と各速度の関係について説明しなさい。
- ⑧ Robot Arm の初期のGripperの静止位置を  $(x, y) = (0.6, 0)$  とする。  
その時のRobot Arm の姿勢角を求めよ。  
次に初期加速度を10単位とした場合、  
その加速度を実現するためのトルクの大きさと  
モータの仕様について説明せよ。
- ⑨ 位置決め精度を 0.1 mm とする場合の、  
回転角度の検知精度を概算せよ。
- ⑩ このRobot Arm の仕様から想定される制御システムBlock図を描け。

\*\*\*\*\*

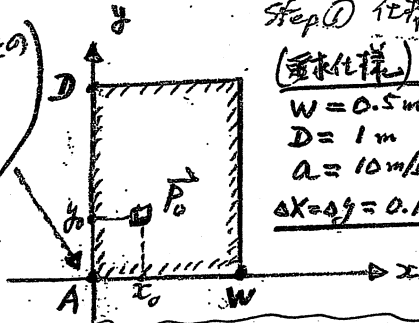
11.01 DOF=2のRobot Armの設計例

(Pick & Place作業台の座標系の定義) ( $L_3$ は可変長と仮定!!)



(p.166 図8-1参照)

作業台の片側の座標を  $(x_0, y_0, z_0)$  とする。



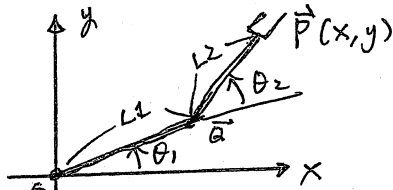
Step ① 仕様を決める。

(要件仕様)  
 $W = 0.5m$   
 $D = 1m$   
 $a = 10m/sec^2$   
 $\Delta x = \Delta y = 0.1mm$

Robot ArmのHand (End Effect)の高さ(z軸座標)は別定数と仮定。台(stage)の高さは幅  $W(m)$  厚さ  $D(m)$  とする。 ( $W=0.5m; D=1m$ )  
 作業台の範囲内 ( $0 \leq x \leq W; 0 \leq y \leq D$ ) で、最大で加速度  $a m/sec^2$  ( $a=10m/sec^2$ ) を発揮できるとする。また、位置決め精度は  $\Delta x = \Delta y = 0.1mm$  とする。

Step ② Link長 ( $L_1$  と  $L_2$ ) を決める。

$x=y=0$  に Robot Armの軸(垂直軸)を置くわけにはいかないが、少しずらすと、計算では誤差範囲と考える。



$$\vec{Q} = [L_1 \cos \theta_1, L_1 \sin \theta_1]$$

$$\vec{P} = \vec{Q} + [L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2), L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)]$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -L_1 \sin \theta_1 & -L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ L_1 \cos \theta_1 & L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_2 \end{pmatrix}$$

すなわち、 $\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} = J [J] \begin{pmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \end{pmatrix}$  として、 $J [J] [ ]$  は Jacobian 行列式 (p. 48参照)  

$$\begin{matrix} -30^\circ < \theta_1 < 60^\circ \\ 30^\circ < \theta_2 < 150^\circ \end{matrix}$$
 とする。

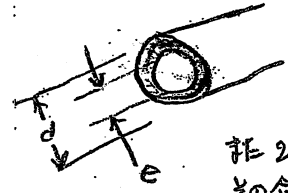
この  $\theta_1$  と  $\theta_2$  の範囲で、先端 (Gripper) が移動できる範囲を定める必要がある。  $W_0 \leq x \leq W; D_0 \leq y \leq D$  を満足するように  $L_1$  と  $L_2$  の長さを決定する必要があり、(p. 169 図8-3 図8-4参照)

Step ③ Robot Armの材質とその断面形状の決定

初め、Robot Armの材質を鋳鉄に決定する。

アルミは、鉄よりはがねよりやわらかく加工しやすい。しかし、アルミには強度もある。アルミの強度  $\rho = 2.7 \times 10^3 kg/m^3$  であり、その Young 率  $E = 6.86 \times 10^{10} Newton/m^2$  である。(p. 12 表4-1参照)

step ④ Link (Robot Arm) の断面形状は 外径  $d$ , 内径  $e$  の円筒とす。  
 p.63 の表 2.2 より、空洞円筒の断面二次 moment  $I_z$  の値は、



$$I_z = \frac{\pi}{64} (d^4 - e^4) \quad \text{--- である。 (単位は } m^4 \text{)}.$$

$$d = 0.06m; e = 0.05m \text{ とすると, } I_z = 3.3 \times 10^{-7} m^4 \text{ (p.170)}$$

注 2つの Link (Robot Arm) の長さを  $L_1$  と  $L_2$  とす。  
 その合計の長さを  $L = L_1 + L_2 = 0.5m + 0.5m = 1m$  とす。  
 注. 2つの Link (Robot Arm) の体積の合計は、

$$V = V_1 + V_2 = \left[ \pi \left( \frac{d}{2} \right)^2 - \pi \left( \frac{e}{2} \right)^2 \right] (L_1 + L_2) = 3.9 \times 10^{-4} m^3 \text{ とす。}$$

step ⑤ 自分自身の重さによるたわみの計算 (p.61 参照)

$$\text{(たわみ)} = \left( \frac{1}{8} \right) (Mg) \frac{L^3}{(EI_z)} = \left( \frac{\text{重さ } M = \rho V = 2.33 \text{ kg}}{(1m)^3} \right) \dots$$

$$\text{(たわみ)} = \left( \frac{1}{8} \right) (2.33 \text{ kg}) \left( 9.8 \frac{m}{sec^2} \right) \frac{(1m)^3}{(6.86 \times 10^{10} N/m^2) (3.3 \times 10^{-7} m^4)}$$

$$\text{(たわみ)} = 1.3 \times 10^{-4} m \quad \left( N = kg \cdot m/sec^2 \right)$$

$$\text{(たわみ角)} = \frac{(2)(\text{たわみ})}{(3)(L)} = \frac{(2)(1.3 \times 10^{-4} m)}{(3)(1m)} = 1.7 \times 10^{-4} \text{ (radian)} \quad \text{(p.170)}$$

重複精度は、 $\Delta x = \Delta y = 0.1mm$  の分解能を要している。

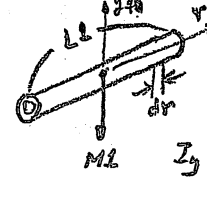
上の計算では、 $L = 1m$  とした。 (たわみ) =  $0.13mm$  最大とす。

実際は、 $L_1 = L_2 = 0.5m$  の Link (Robot Arm) があるので、各々の  
 (たわみ) =  $\left( \frac{1}{8} \right) (0.13mm) = 0.016mm$  とす。 充分精度がよさ。

step ⑥ 慣性モーメントの計算

注. Link 1 と 2 の質量  $M_1 = M_2 = \frac{M}{2} = 1.17 \text{ kg}$  とす。

Link 1 と 2 の重心周りの慣性モーメントは、



$$L_1 = 0.5m, M_1 = 1.17 \text{ kg}$$

$$I_y = \int_{-L/2}^{L/2} r^2 dm = \int_{-L/2}^{L/2} (r^2) \frac{(M_1) dr}{(L_1)}$$

$$I_y = \frac{M_1}{L_1} \frac{r^3}{3} \Big|_{-L/2}^{L/2} = \left( \frac{M_1}{L_1} \right) \left( \frac{2}{3} \right) \left( \frac{L_1^3}{8} \right)$$

$$I_y = \left( \frac{1}{2} \right) (M_1) (L_1)^2 = \left( \frac{1}{2} \right) (1.17) (0.5)^2 \text{ kg} \cdot m^2 \text{ のはず!! (p.170参照???)}$$

断面二次モーメント  $I_z$

$$dI_z = r^2 dA \quad \text{(p.62 参照)}$$

重心モーメント  $I$

$$dI = r^2 dm \quad \text{(p.62 参照)}$$

step ⑦ 加速度と角加速度の関係

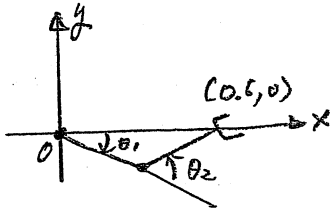
at  $t=0$ , flipper の位置を  $(x, y) = (0.6, 0)$  とす。  $\vec{a} = (10, 0) \text{ m/sec}^2$  とす。  
 ① Robot Arm を y 軸にそって平行に (垂直に) 動かしたいとす。 (at  $t=0$ , 静止して  
 いるとす。 --- 速度はゼロとす。)

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} = J [C] \begin{pmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \end{pmatrix} \text{ より, } \begin{pmatrix} \frac{\Delta x}{\Delta t} \\ \frac{\Delta y}{\Delta t} \end{pmatrix} = J [C] \begin{pmatrix} \frac{d\theta_1}{dt} \\ \frac{d\theta_2}{dt} \end{pmatrix} \text{ より,}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{pmatrix} = \left\{ \frac{d}{dt} J [C] \right\} \begin{pmatrix} \frac{d\theta_1}{dt} \\ \frac{d\theta_2}{dt} \end{pmatrix} + J [C] \begin{pmatrix} \frac{d^2 \theta_1}{dt^2} \\ \frac{d^2 \theta_2}{dt^2} \end{pmatrix} = J [C] \begin{pmatrix} \frac{d\theta_1}{dt} \\ \frac{d\theta_2}{dt} \end{pmatrix}$$

step 9 DOF=2 の 非線形運動学の例題

①  $t=0$  の時、 $(x, y) = (0.6, 0)$  とした。この時の  $\theta_1$  と  $\theta_2$  の値を求めよ!



$$x = L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) = 0.6$$

$$y = L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) = 0 \quad (L_1 = L_2 = 0.5)$$

$$\begin{cases} \sin \theta_1 + \sin(\theta_1 + \theta_2) = 0 \\ \cos \theta_1 + \cos(\theta_1 + \theta_2) = 1.2 \end{cases} \text{ を解く!}$$

(答)  $\theta_1 = -0.93, \theta_2 = 1.85$  と解く (p. 172)

$$\begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{pmatrix} = J[\theta] \begin{pmatrix} \frac{d\theta_1}{dt} \\ \frac{d\theta_2}{dt} \end{pmatrix} \text{ 故に } \begin{pmatrix} \frac{d\theta_1}{dt} \\ \frac{d\theta_2}{dt} \end{pmatrix} = \text{inv} J[\theta] \begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{pmatrix}$$

$$J[\theta] = \begin{pmatrix} -L_1 \sin \theta_1 - L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -0.4 \\ 0.6 & 0.3 \end{pmatrix} \text{ と解く。}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{d\theta_1}{dt} \\ \frac{d\theta_2}{dt} \end{pmatrix} = \text{inv} \begin{pmatrix} 0 & -0.4 \\ 0.6 & 0.3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12.5 \\ -25 \end{pmatrix} \text{ と解く。 } \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ m/sec の時}$$

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \end{pmatrix} \text{ m/sec の時は } \begin{pmatrix} \frac{d\theta_1}{dt} \\ \frac{d\theta_2}{dt} \end{pmatrix} = \text{inv} \begin{pmatrix} 0 & -0.4 \\ 0.6 & 0.3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16.7 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ と解く。 (p. 173)}$$

次に 運動力学の式  $\tau = J^T J C J^T F C$  故に、これを

$$\tau = \begin{pmatrix} 3.66 \\ -1.73 \end{pmatrix} \text{ for } \dot{x} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \tau = \begin{pmatrix} 6.77 \\ 0.95 \end{pmatrix} \text{ for } \dot{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \end{pmatrix} \text{ と解く?}$$

すなわち、第1関節では、6.77 N-m、第2関節では、1.73 N-m のトルクが必要。

余裕をみて、10 Newton-Meter のトルクを発生できるモーターが必要と解く。さらに減速機(歯車)を用いて、減速比100とする。トルクは0.1 N-m となる。しかし、モーターは100倍速く回転する必要がある。モーターは充分速いのでOK。

step 9 回転角度の検知精度 (Rotary Encoder を使う)

$\Delta \theta = J^{-1} \Delta x$   $J^{-1}$  の値がわかると、 $\Delta x = \Delta y = 0.1 \text{ mm}$  だと、 $\Delta \theta$  がわかる。

$$\Delta \theta_1 = 2.9 \times 10^{-4} \text{ rad}, \Delta \theta_2 = 2.5 \times 10^{-4} \text{ rad} \text{ 故に}$$

一回転あたり、 $2\pi / \Delta \theta_1 \approx 21600$ ;  $2\pi / \Delta \theta_2 = 25200$  のパルスが必要と解く。

1/100 の減速機を使うことにより、各々 216000 パルスと 2520000 パルスとなる。さらに、通信処理を位相差1000パルスを使うことにより、さらに1/2倍する。最終的に、各々 540000 パルスと 6300000 パルスが必要と解く。

この encoder を用いるのは良いことと解く。(最大 1310000 パルス/rev)

step 10 制御系の構築 (pp. 176-177)

