第3章. pp.25-44

**********************************************************************

デジタル回路　　　演習問題　04

**********************************************************************

4.01　簡単な論理式を例にベン図を描け。

4.02　A,B,Cの３つの円で構成される集合図を使って、
簡単なベン図を描き、その図に対応する論理式を求めよ。

4.03　論理式の簡略化について具体的な例で説明せよ。

4.04　加法標準形とは？乗法標準形とは？簡単な真理値表を例に説明せよ。

4.05　カルノー図を使って簡単な論理式を例に、その論理式を簡略化せよ。

4.06　２入力NOR回路、２入力NOR回路、２入力NAND回路、
３入力NAND回路と EXOR 回路のベン図を描け。

4.07　２入力AND( )回路を使って、３入力AND3( )回路、４入力AND4( )回路を構築せよ。

4.08　diode の整流特性を説明せよ。太陽電池とは？
diode抵抗回路　DR( ) の入出力電圧関数の式を説明せよ。

4.09　入力信号が矩形パルスの時の、diode抵抗回路　DR( ) の出力波形を求めよ。

4.10　NPN Bipolar Transistor で形成される反転回路　invBip( )の入出力特性を説明せよ。
NPN Bipolar Transistor で　NOR 論理のNORBip( )回路を形成せよ。

4.11 NMOS( N1とN2 ) transistor と　PMOS( P1とP2 ) transistor で
NOR( )回路 と NAND( ) 回路を形成せよ。

4.12　Open　Collector 型出力とは？　Open Drain 型出力とは？
Emitter Follower型出力とは？　Source Follower型出力とは？

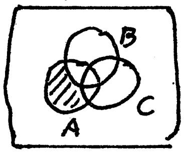
4.13　かけ算回路　KAKE( )を　加算回路　ADD( )を使って構築せよ。

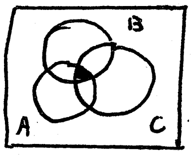
**********************************************************************

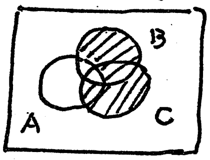
4.01 ベン図とは？ 簡単な論理式を円の集合（共通部分）を斜線で示したもの。

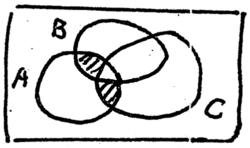
p.27 参照

(a) $F = A\cdot\bar{B}$ (b) $F = A\cdot B\cdot C$ (c) $F = \bar{A}\cdot B + \bar{B}\cdot C$ (d) $F = A\bar{B}C + AB\bar{C}$

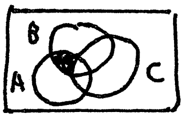


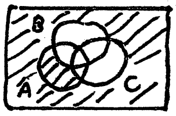



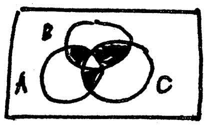



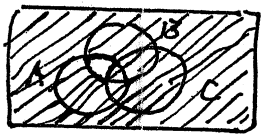




4.02 ∴ ベン図から論理式が導ける（しかし、難しい！）

(a)



(b)



(c)



(d)



$F = A\cdot B\cdot\bar{C}$ $F = \bar{B}\cdot\bar{C}$ $F = A\cdot B\cdot\bar{C} + A\cdot\bar{B}\cdot C + \bar{A}\cdot B\cdot C$ $F = \bar{A} + \bar{B} + C$

4.03 論理式の簡略化

p.28〜31

(a) $F = A + A\cdot C = A\cdot(1+C) = A\cdot 1 = A$

(b) $F = (A+B)\cdot\overline{(A+B)} = 0$

(c) $F = A\cdot B\cdot C + A\cdot B\cdot\bar{C} = A\cdot B\cdot(C+\bar{C}) = A\cdot B\cdot 1 = A\cdot B$

(d) $\overline{A+B} = \bar{A}\cdot\bar{B}$ ←（A=B=0 の時のみ 1 になる）より。

$F = \overline{A\cdot B\cdot\overline{A+B}} = \overline{A\cdot B\cdot\bar{A}\cdot\bar{B}} = \overline{0} = 1$

(e) $F = (A+B)\cdot\overline{(A\cdot B)} = (A+B)\cdot(\bar{A}+\bar{B}) = A\bar{A} + B\bar{A} + A\bar{B} + B\cdot\bar{B} = B\bar{A} + A\bar{B}$

（便利な関係）
$\boxed{\overline{A+B} = \bar{A}\cdot\bar{B} \quad \bar{A}+\bar{B} = \overline{A\cdot B}}$

$\boxed{A+\bar{A}\cdot\bar{B} = A+\bar{B}}$

4.04 加法標準形と乗法標準形（加法では F=1 に注目、乗法では F=0 に注目）

p.31〜34

(a)

| A | B | F |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

（加法標準形）$F = \bar{A}\cdot\bar{B} + A\cdot\bar{B} + A\cdot B = \bar{A}\cdot\bar{B} + A = A+\bar{B}$

（乗法標準形）では F=0 に注目する。F=0 の時の、A と B の値を反転する！
$F = A+\bar{B}$ とすぐ出る!!

(b)

| A | B | C | F |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

（加法標準形）$F = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + ABC = \bar{A}\bar{B} + BC$

（乗法標準形）$F = (A+\bar{B}+C)\cdot(\bar{A}+B+C)\cdot(\bar{A}+B+\bar{C})\cdot(\bar{A}+\bar{B}+C)$

これは計算が大変。$F = \bar{A}\cdot\bar{B} + B\cdot C$ になるはず!!

(c)

| A | B | C | F |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

（加法標準形）$F = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + ABC$

（乗法標準形）$F = (A+B+\bar{C})\cdot(A+\bar{B}+C)\cdot(A+\bar{B}+\bar{C})\cdot(\bar{A}+B+C)\cdot(\bar{A}+B+\bar{C})\cdot(\bar{A}+\bar{B}+C)$

これも計算が大変だ!! $F = \bar{A}\cdot\bar{B}\cdot\bar{C} + A\cdot B\cdot C$ になるはず!!

(d)

| A | B | C | F |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

$\bar{A}C$ $A\bar{B}$ $\bar{A}B$

（加法標準形）$F = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + AB\bar{C}$

$F = \bar{A}C + B\bar{C} + A\bar{B}$

（乗法標準形）$F = (A+B+C)\cdot(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})$

$F = (B+C)\cdot\bar{A} + (A+C)\cdot\bar{B} + (A+B)\cdot\bar{C}$

$A\bar{A}=0,\ B\bar{B}=0,\ C\bar{C}=0$ を使う

$F = B\bar{A} + A\bar{C} + C\cdot\bar{B} + \underbrace{\bar{A}C + B\bar{C} + A\bar{B}}$ $= \bar{A}C + B\bar{C} + A\bar{B}$ のはず!!

また (c) と (d) より $\overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C} + ABC} = \bar{A}C + B\bar{C} + A\bar{B}$ のはず!!

## 4.05 カルノー図を使って論理式を簡単にする.

p.35
5

(a)

| A | B | C | F |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

(真理値表)

| A \ BC | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

(カルノー図)

$\boxed{F = C + AB}$ ←

$AB = ABC + AB\overline{C}$

$C = \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}BC + A\cdot\overline{B}C + A\cdot BC$

(b)

| A | B | C | F |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | — |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | — |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

(真理値表)

(カルノー図)

| A \ BC | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | — | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | — | 0 | 0 |

(— は don't care だが ムリやり 1 としている.)

$\overline{B}$

$\overline{A}\,\overline{C} = \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$

$\boxed{F = \overline{B} + \overline{A}\,\overline{C}}$ ←

(c)

| AB \ CD | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 01 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 10 | 1 | 0 | 0 | 1 |

(カルノー図)

$\boxed{F = F_1 + F_2 = BCD + \overline{B}\,\overline{D}}$ ←

(4すみに注目) $F_1 = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}C\overline{D} + A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + A\overline{B}C\overline{D}$

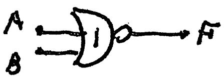
$F_2 = \overline{A}BCD + ABCD$

$F_1 = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{D} + A\overline{B}\,\overline{D} = \overline{B}\,\overline{D}$

$F_2 = BCD$

## 4.06 BEN図で、基本論理回路を示す.

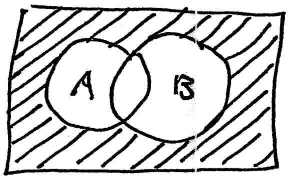
(a) 2入力 NOR



$F = \overline{A+B}$

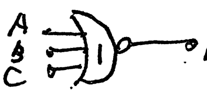
[A][B] NOR(1) → [F]

| A | B | A+B | $\overline{A+B}$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |




$F = \overline{A+B}$

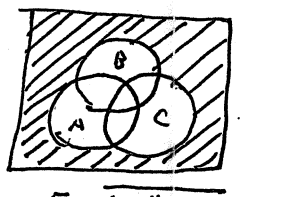
(b) 3入力 NOR



$F = \overline{A+B+C}$

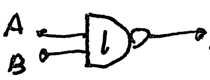
[A][B][C] NOR3(1) → [F]

| A | B | C | A+B+C | $\overline{A+B+C}$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |




$F = \overline{A+B+C}$

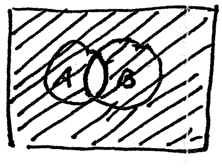
(c) 2入力 NAND



$F = \overline{A * B}$

[A][B] NAND(1) → [F]

| A | B | A·B | $\overline{A\cdot B}$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

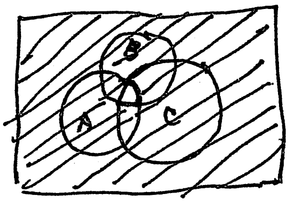



$F = \overline{A * B}$

(d) 3入力 NAND

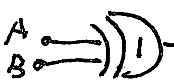

[A][B][C] NAND3(1) → [F]

| A | B | C | A·B·C | $\overline{A \cdot B \cdot C}$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |



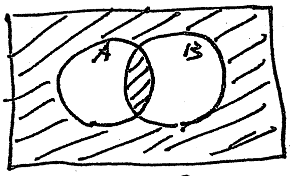

$F = \overline{A*B*C}$

(e) EXOR




[A][B] EXOR(1) → F

| A | B | $A \oplus B$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |



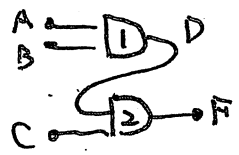

$F = A \oplus B$

07 2入力 AND( ) を使って 3入力 AND3( ) と 4入力 AND4( ) を作る.

(a) define AND3( ) { input A, B, C ; output F;

[A, B] AND(1) → [D] ;

[D, C] AND(2) → [F] ; }

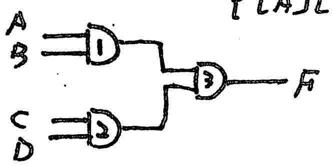



define AND3 ( ) { input A, B, C ; output F ;

[A][B] AND(1) [C] AND(2) → [F] ; }

(b) define AND4( ) { input A, B, C, D ; output F;

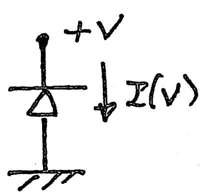
{[A][B] AND(1), [C][D] AND(2)} AND(3) → F ; }

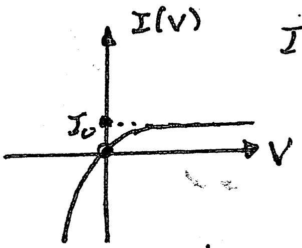



( [A][B] AND(1) の出力は 1つでこの場合、Nodeの名前は不要なので、そのまま Nodeの名前も [A][B] AND(1) としている!! )

08 diode の特性 (整流特性)

p. 46 ~

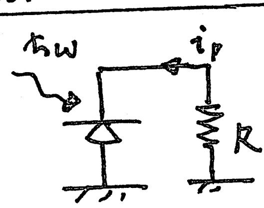


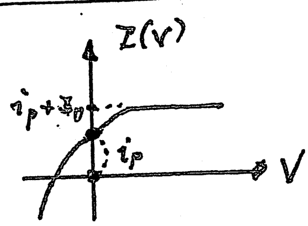




$$I = I_0 \left[ 1 - \exp\left[ -\frac{eV}{kT} \right] \right] \quad \left( \frac{e}{kT} \approx 0.024\,\mathrm{volt} \right)$$

(電圧がプラスの時 $I(V) \approx I_0$ で非常に小さい
電圧がマイナスになると $I(V) \to -\infty$ となる.
指数関数的に電流が増加する.)

光が当たると‥電流が流れる!



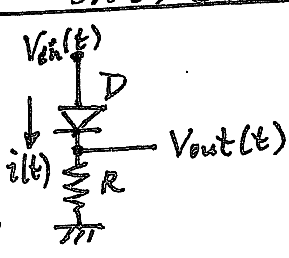




$$I = i_p + I_0 \left[ 1 - \exp\left[ -\frac{eV}{kT} \right] \right]$$

$i_p = (k)(\hbar\omega)$ (光の強さに比例する. 光のエネルギー)

(太陽電池の原理)

DR( ) 回路の場合



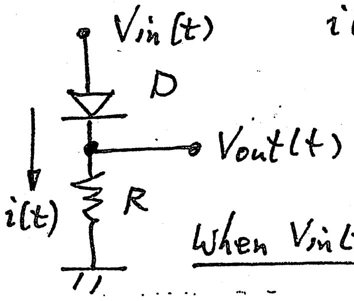

$$i(t) = I_0 \left[ \exp\left[ -\frac{e}{kT} \left[ V_{out}(t) - V_{in}(t) \right] \right] - 1 \right]$$

$i(t) = V_{out}(t)/R$ より、

$$V_{out}(t) = (I_0 R) \left[ \exp\left[ -\frac{e}{kT} \left[ V_{out}(t) - V_{in}(t) \right] \right] - 1 \right]$$

非線形方程式となる!!

## 矩形入力パルスのDR( )回路　　p.125 参照




$$i(t) = I_0\left[\exp\left[-\frac{e}{kT}\left[V_{out}(t)-V_{in}(t)\right]\right]-1\right]$$

$i(t) = V_{out}(t)/R$ より、

$$V_{out}(t) = (I_0R)\left[\exp\left[-\frac{e}{kT}\left[V_{out}(t)-V_{in}(t)\right]\right]-1\right]$$

When $V_{in}(t) \approx -V_{cc}$ の場合　$-\frac{e}{kT}\left[V_{out}(t)-V_{in}(t)\right] \approx -\frac{eV_{cc}}{kT} \approx 0$ として、

$V_{out}(t) \approx -I_0R \approx 0$ となる。

When $V_{in}(t) \approx +V_{cc}$ の場合は、

$$\left(\frac{V_{out}(t)}{I_0R}\right)+1 = \exp\left[\frac{e}{kT}\left[V_{in}(t)-V_{out}(t)\right]\right]$$

$$\approx 1 + \frac{e}{kT}\left[V_{in}(t)-V_{out}(t)\right]$$

( $V_{in}(t) \approx V_{out}(t)$ として　$e^x \approx 1+x+\cdots$ を使う)

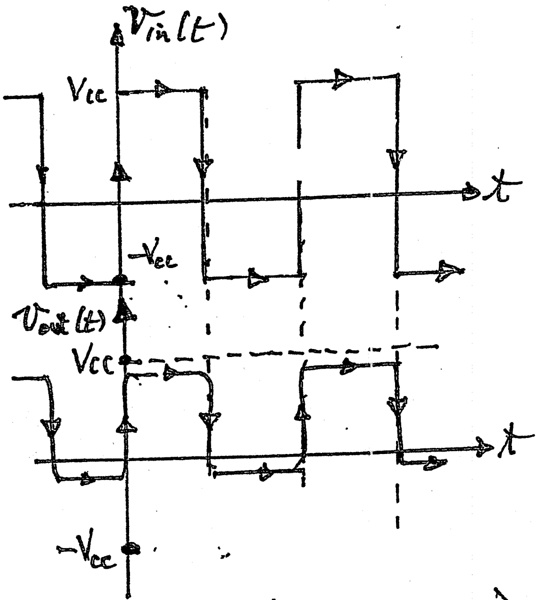
$$\left[1+\frac{\left(\frac{e}{kT}\right)}{I_0R}\right]V_{out}(t) \approx V_{in}(t) = V_{cc}$$

$e/kT \approx 0.024$ volt ,　$T = 300°K$ (26°C) として、

$I_0R = (1\mu A)(1M\Omega) = 1$ volt !!

$$\left(1+\frac{\frac{e}{kT}}{I_0R}\right) \approx 1+\frac{0.024}{1.0} = 1.024$$

( $V_{out}(t)$ は $V_{cc}$ より少し小さい)

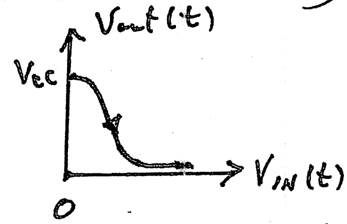


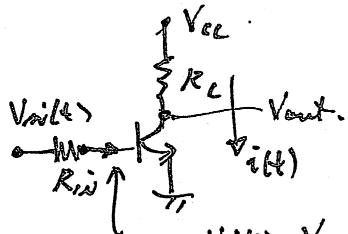

(結果として、マイナス部分の入力が切られて、プラスの部分だけが出力されることになる。)

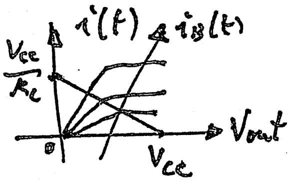
## 4.10　Bipolar Transistor の Inverter 回路と NOR Bip( ) 回路

### ⓐ Inverter 回路を Bipolar Transistor で形成

結果は単純

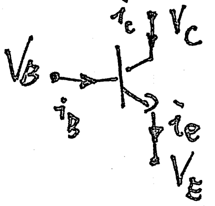



$i(t) = \frac{V_{cc}-V_{out}}{R}$ (直線)

$i_B(t) = \frac{V_{in}(t)-V_E}{R_B}$



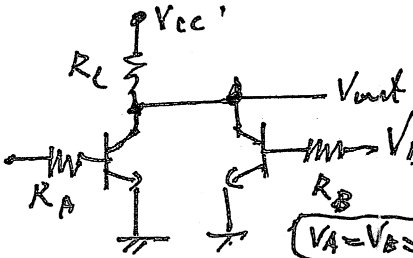

$$\begin{pmatrix} i_e = \beta i_B \\ i_e = i_B + i_c \end{pmatrix}$$

$$i_e = i_0\left[\exp\left[\frac{e}{kT}(V_B-V_E)\right]-1\right]$$

大変複雑!

p.47～ 参照

### (b) ~~NOR 論理回路~~ NOR Bip( ) の定義

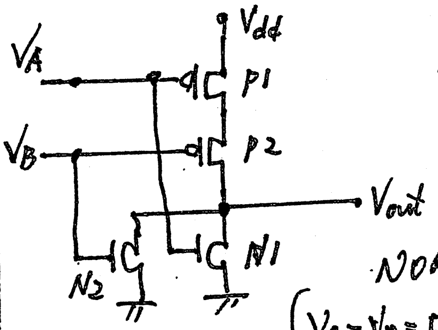



($V_A = V_B = $ GND の時のみ $V_{out} = V_{cc}$)

| $V_A$ | $V_B$ | $V_{out}$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |

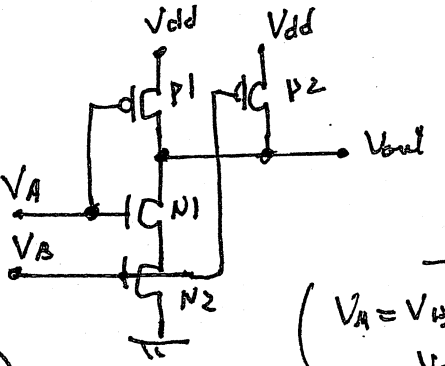
NOR( ) 回路である!!

4.11 NOR Gate と NAND Gate の構築




| $V_A$ | $V_B$ | $V_{out}$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |

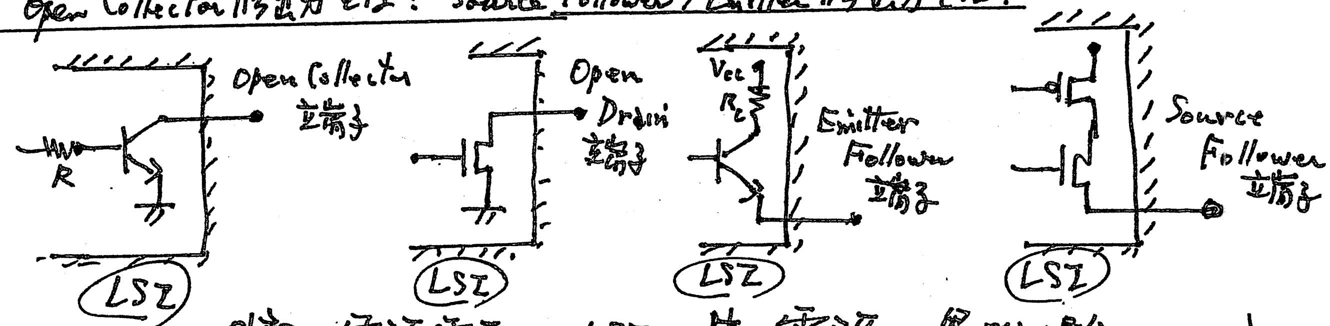
NOR 回路。
($V_A = V_B = 0$ の時のみ $V_{out} = 1$)




| $V_A$ | $V_B$ | $V_{out}$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

($V_A = V_B = 1$ の時のみ。
$V_{out} = 0$。)

4.12 Open Collector 形出力とは? Source Follower / Emitter 形出力とは!



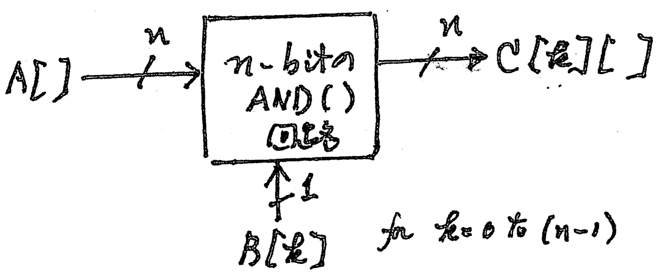

(外部の電源電圧が LSI と中の電源と異なる場合や
LED や電球や Servo Motor などを駆動したい時に便利)
欠点。保護回路が難しい‥よくこわれるので。専用 LSI を使う‥

4.13 かけ算回路 KAKE( ) の構築

$$
\begin{array}{rl}
A[\,] = & 10111 \\
\times)\ B[\,] = & 101 \\
\hline
& 10111 \rightarrow A[\,] に B[0] をかける \\
& 00000 \rightarrow A[\,] に B[1] をかける \\
+)\ & 10111 \rightarrow A[\,] に B[2] をかける \\
\hline
D[\,] = & 1100001
\end{array}
$$

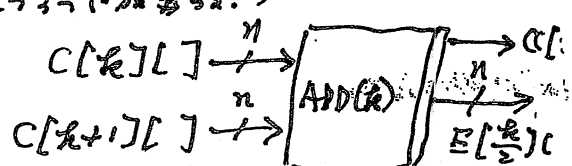
$$
\begin{cases}
C[0] = A[\,] \times B[0] \\
C[1] = A[\,] \times B[1] \\
C[2] = A[\,] \times B[2]
\end{cases}
$$

$D[\,] = C[0] + C[1] + C[2]$ とする!!




for k=0 to (n-1)

別解 (2つずつで加算する!)




($k = 0, 2, 4, \cdots, (2m-2)$
$n = 2m$; $m = \frac{n}{2}$;)

として。($E[0]( ), E[1]( ), \cdots, E[m-1]( )$
$CC[0], CC[1], \cdots, CC[m-1]$
として。$\frac{n}{2}, \frac{n}{4}, \frac{n}{8}$ と続ける‥。

($C[0]$ から $C[n-1]$ をあとは順に ADD( ) 回路で
加算していけば良いが。これでは計算時間が
長くなる‥ また 論理回路の大きさも
大変な大きさになる‥ 工夫が必要!