

おき 11-24

デジタル回路 演習問題 03

- 3.01 補数とは? 10進法での補数、2進法での補数について説明せよ。
2進法での補数を出力するデジタル回路とはどんな回路か?
- 3.02 補数を使ってひき算をする計算手法(algorithm)を
10進法と2進法の場合で説明しなさい。
- 3.03 Full Adder 回路 FA()を複数個連結して
N-bit の引き算回路 SUB()を構築しなさい。
- 3.04 N-bitの加減算回路 ADDSUB()を定義しなさい。
- 3.05 2進法数 A[]の、2の補数B[]の、2の補数C[]とする。
C[]=A[] となることを説明しなさい。
- 3.06 Exclusive OR 回路 EXOR()を使って加減算回路を構築しなさい。

デジタル回路の授業内容

授業 (1)	9/15 (木)	4 時限目	教科書 (pp. 1~38)	反転回路 inv()とは?
授業 (2)	9/29 (木)	4 時限目	教科書 (pp. 39~76)	たし算回路 ADD()とは?
授業 (3)	10/6 (木)	4 時限目	教科書 (pp. 77~114)	ひき算回路 SUB()とは?
授業 (4)	10/13 (木)	4 時限目	教科書 (pp. 115~152)	かけ算回路 KAKE()とは?
授業 (5)	10/20 (木)	4 時限目	教科書 (pp. 153~190)	わり算回路 WARU()とは?
授業 (6)	10/27 (木)	4 時限目	教科書 (pp. 191~228)	DATA比較回路 COMP()とは?
授業 (7)	11/10 (木)	4 時限目	教科書 (pp. 1~228)	前半試験 (10点)
授業 (8)	11/17 (木)	4 時限目	教科書 (pp. 229~266)	記憶回路 RAM()とは?
授業 (9)	11/24 (木)	4 時限目	教科書 (pp. 267~304)	カウンター回路 COUNT()とは?
授業 (10)	12/1 (木)	4 時限目	教科書 (pp. 305~342)	DA変換回路 DA()とは?
授業 (11)	12/8 (木)	4 時限目	教科書 (pp. 343~380)	AD変換回路 AD()とは?
授業 (12)	12/15 (木)	4 時限目	教科書 (pp. 381~418)	入退室判定回路 INOUT()とは?
授業 (13)	12/21 (水)	4 時限目	教科書 (pp. 419~458)	音声画像認識回路 DFT()とは?
授業 (14)	1/12 (木)	4 時限目	教科書 (pp. 229~458)	後半試験 (10点)
授業 (15)	1/19 (木)	4 時限目	教科書 (pp. 1~458)	期末試験 (20点)

デジタル回路(3)

3.01 補数とは? p.16 ~ デジタル回路の世界 4年 (pp. 344 ~ 348 参照)

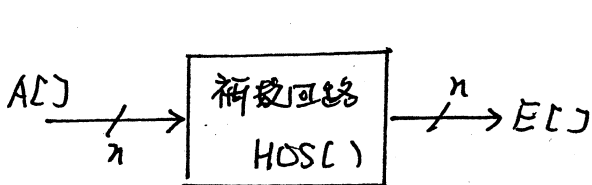
10進法の場合 (13)₁₀ の場合、 $(99-13)_{10} = (86)_{10}$ は (13)₁₀ の 9の補数と呼ぶ。

$(100-13)_{10} = (86)_{10} + (1)_{10} = (87)_{10}$ は (13)₁₀ の 10の補数と呼ぶ。

2進法の場合 (011)₂ の場合、 $(111-011)_{2} = (100)_{2}$ は (011)₂ の 1の補数と呼ぶ。

$(1000-011)_{2} = (100)_{2} + (1)_{2} = (101)_{2}$ は (011)₂ の 2の補数と呼ぶ。

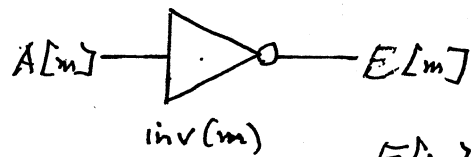
2進法の場合. 2進法数 A[m] の 1の補数は. 各ビットの 0 と 1 を反転すればよい。



(for $m=0$ to $(n-1)$)

$$E[m] = 1 - A[m];$$

A[m]	E[m]
0	1
1	0



inv(m)

$$E[m] = \overline{A[m]}$$

1の補数回路 HOS() は 単純に n 個の inverter 回路の集合体である。

3.02 補数を使ってひき算するとは?

10進法数の場合 (358-216) = (142)₁₀ の場合.

- Step ① (216)₁₀ の 9の補数 (783)₁₀ を求める。 $(999)_{10} - (216)_{10} = (783)_{10}$
- Step ② $(1)_{10} + (783)_{10} = (784)_{10}$ を求める。
- Step ③ $(358)_{10} + (784)_{10} = (1142)_{10}$ を求める。
- Step ④ $(1142)_{10} - (1000)_{10} = (142)_{10}$ を求める。

Step ① $(999)_{10} - (216)_{10} = (783)_{10}$

Step ② $(783)_{10} + (1)_{10} = (784)_{10}$

Step ③ $(784)_{10} + (358)_{10} = (1142)_{10}$

Step ④ $(1142)_{10} - (1000)_{10} = (142)_{10}$

$(999)_{10} - (216)_{10} + (1)_{10} + (358)_{10} - (1000)_{10} = (142)_{10}$ とする!!

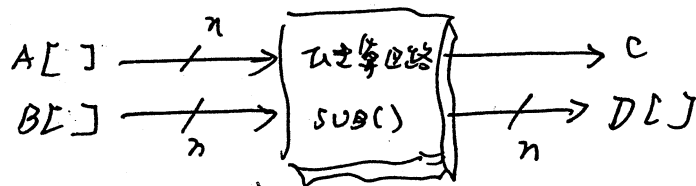
(反転する) (1をたす) (より1の数をたす) (繰り越す)

2進法数の場合. $(101-011)_{2} = (010)_{2}$ の場合.

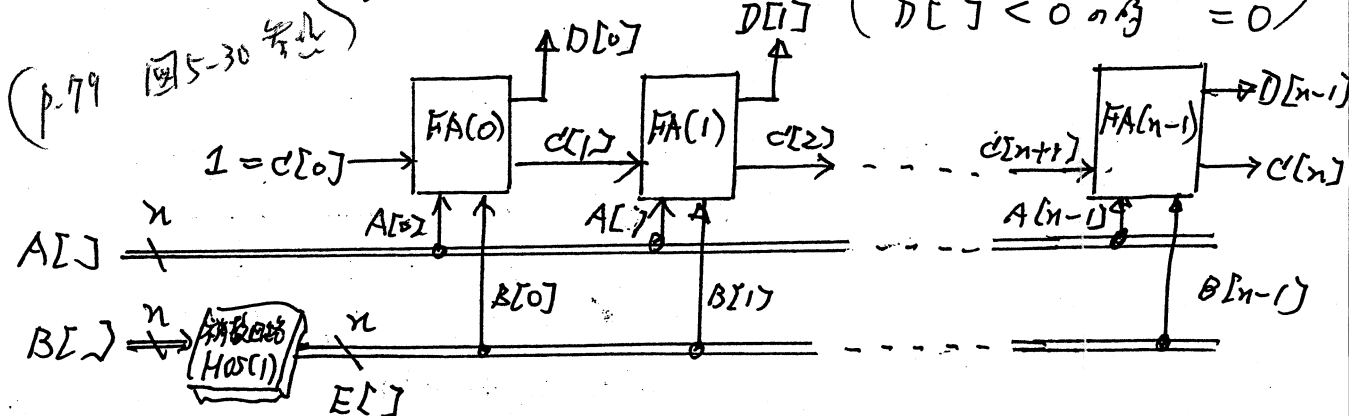
$(111)_{2} - (011)_{2} + (1)_{2} + (101)_{2} - (1000)_{2} = (010)_{2}$ とする!!

(反転する) (1をたす) (より1の数をたす) (繰り越す)

結果として. (反転回路) + (たし算回路) + (繰り越す回路) で ひき算回路ができる!!



$$\begin{cases} D[n] = A[n] - B[n] \\ D[n] > 0 \text{ の時 } = 1 \\ D[n] < 0 \text{ の時 } = 0 \end{cases}$$



Remember?

FA[n] の機能

$A[k]$ full adder 回路
 $B[k]$ (3つの2bit 2進数) 用加算器回路
 $C[k]$
 $C[k+1], D[k]$ for $k=0$ to $(n-1)$

$C = C[n]$ とする。

Step 1 の 2進補数回路 HOS(n) と。

$B[n]$ から $E[n]$ を作る。

Step 2 $C[0] = 1$ とし。

$A[0] + B[0] + C[0]$ を作る。

出力を $D[0], C[1]$ とする。

Step 3 順次 $k=0$ から $k=n-1$ まで

$A[k], B[k], C[k]$ を FA(k) 回路で加算し。 $D[k]$ と $C[k+1]$ を作る。

Step 4 $C = C[n]$ とする。

3.04 n bit 加減算回路 AddSub(n) の定義

$(C[0] = 0 \text{ の時は加算器とする。})$
 $(C[0] = 1 \text{ の時は2進算器とする。})$

(加算器の場合は、 $C = C[n]$ は overflow bit とする。
 (2進算器の場合は、 $(C = C[n]) = 1$ は 7桁入の符号 bit とする。
 $(C = C[n]) = 0$ は、2桁入の符号 bit とする。) 様にする!!

大きい数 $B[n]$ で $A[n]$ を引く場合、注意が必要。

たとえば $A[n] = (101)_2$; $B[n] = (011)_2$ の場合。

$- \{B[n] - A[n]\} = -(011 - 101)_2 = -(010)_2$ とする。

$(011)_2 = (3)_{10}$

$\rightarrow (101)_2 = (5)_{10}$

$-(010)_2 = -(2)_{10}$

$A[n] = (101)_2$

しかし、実際には $\{C, D[n]\} = \{0, (110)\}$ とする。

$E[n] = \overline{A[n]} = (010)_2$

$(110)_2 = (010)_2 + (1)_2$ とする。

$E[n] + (1)_2 = (011)_2$

$(110)_2$ は $(010)_2$ の 2 の補数である。

$E[n] + (1)_2 + B[n] = (011 + 011)_2 = (110)_2 = D[n]$

$C[n] = C = 0$ とする。

3.05 2進数 $A[n]$ の 2 の補数 の 2 の補数 は もとの数 $A[n]$ と一致.

たとえば. $A[n] = (010)_2$ とすると. $A[n]$ の 2 の補数は $(101)_2 + (1)_2 = (110)_2$
 $(110)_2$ の 2 の補数は $(001)_2 + (1)_2 = (010)_2 = A[n]$ と一致!!

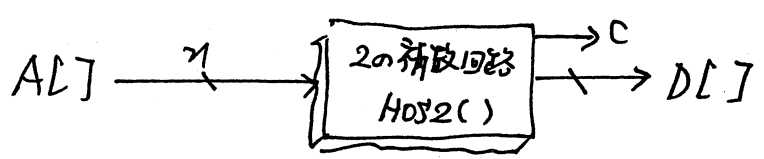
従って. 2進算 $A[n] - B[n] = \{C, D[n]\}$ に変えて. $A[n] \geq B[n]$ の時は.

$C=1$ と $D[n]$ がその数 $(A[n] - B[n])$ の値を表すことになる.

$A[n] < B[n]$ の時は. $C=0$ と $D[n]$ は $(B[n] - A[n])$ の 2 の補数となる.

(つまり. $D[n]$ の 2 の補数をとると. $(B[n] - A[n])$ の値が求まる. 実際 $A[n] < B[n]$ の時は. $D[n]$ の 2 の補数をとると $C=0$ の値を得て. $D[n]$ の値をとると 2 の補数の逆数になる.)

3.06 2 の補数回路の定義: $HOS2()$ 回路.



$$\begin{cases} E[n] = 1 - A[n] \\ E[n] \text{ は } 1 \text{ の補数回路の出力} \end{cases}$$

$$E[n] = 1 - A[n]; \quad E[n] + (1)_2 = \{C, D[n]\} \quad \text{と表す.}$$

$$A[n] \text{ HOS2}(1) = \{E[n] + (1)_2\} = \{C, D[n]\} = \{1 - A[n] + (1)_2\}$$

$$A[n] \text{ HOS2}(1) \text{ HOS2}(2) = \{1 - A[n] + (1)_2\} \text{ HOS2}(2)$$

$$= \{1 - \{1 - A[n] + (1)_2\} + (1)_2\} = A[n] \quad \text{と一致!!}$$

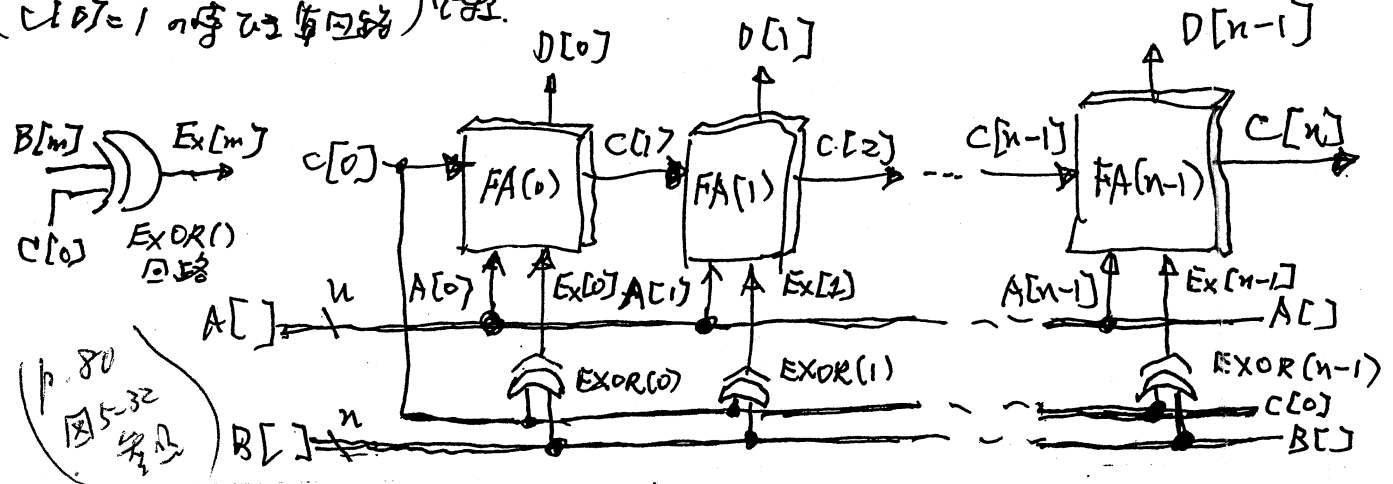
つまり. $A[n] \text{ HOS2}(1) \text{ HOS2}(2) = A[n]$ と一致.

3.07 EXOR 回路を使って. 加減算回路を構築する.

($A=0$ の時. $\{A, B\} \text{ EXOR}() \rightarrow B$)
 ($A=1$ の時. $\{A, B\} \text{ EXOR}() \rightarrow \overline{B}$)

A	B	EXOR
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

($C[0]=0$ の時 1 進算回路)
 ($C[0]=1$ の時 2 進算回路) と一致.



p. 80
 図 5-32
 参考