

## アルミ金属の物理モデル

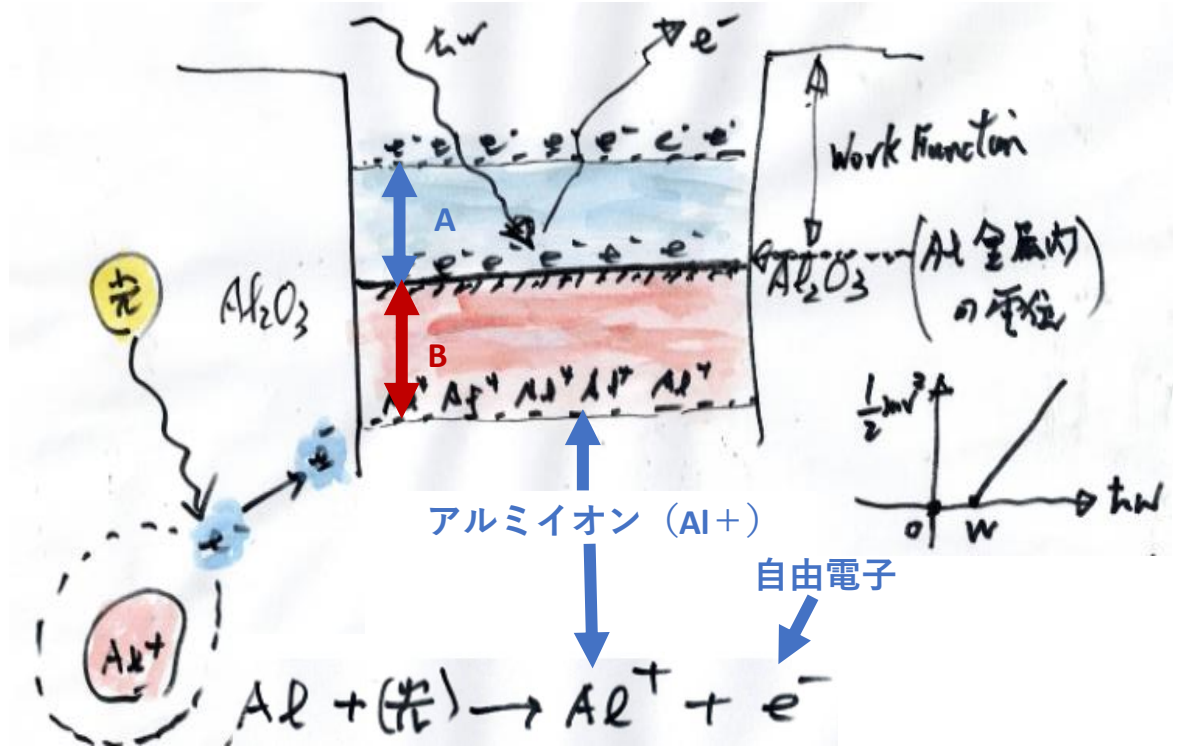
金属の中を移動する電子の動きは、容器に入った沸騰した熱いお湯の状態の水の分子と似ている点が多いです。

Electron Fog はお湯に立ち上る湯気に対応します。また中性のアルミ原子から軌道電子が離脱した後の、プラスに荷電したアルミイオン ( $Al^{+}$ ) は、沸騰したぶくぶくした、熱湯の中に見る泡に、つまり、bubble に対応します。

金属内の電位や電圧は、容器に入ったお湯の水面レベルに対応します。金属の中では電気が流れますが、その電流に寄与する粒子は3種類あります。

- (1) 液体状態の電子と
- (2) 水蒸気状態の電子と
- (3) プラスに荷電したアルミイオン ( $Al^{+}$ )。

## 図1 アルミ金属の物理モデル



金属と半導体の接触面をオーミックにするために高濃度のN+とP+を設けます。

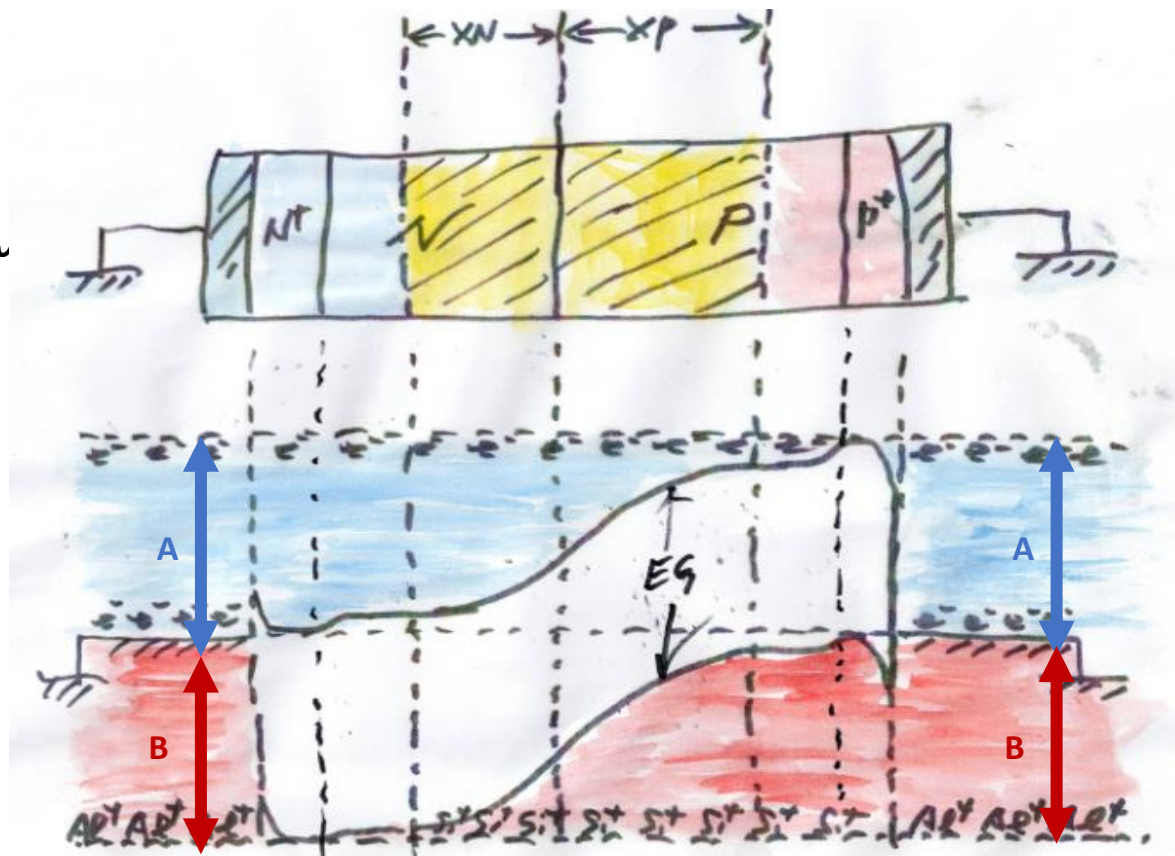
また接触抵抗を最小にする必要があり、そのためにP+領域とN+領域があります。

金属と薄い濃度の半導体では整流特性を持ち、障壁が生じ電流が自由に流れません

両端がGND電圧に接地された場合です。Electron Fog のレベルも、シリコンイオン(Si+)と金属イオン(A+)はともに水平になる、電流が流れません。

N領域の不純物濃度をDN、P領域をDPとしますと、空乏層幅WNとWPの値が決定されます。空乏層内の電位差である、PN接合のバリア電圧VBも決定されます。

図 2 NO BIASの、両端接地のP+PNN+接合の DIODEの物理モデル (BAND DIAGRAM)



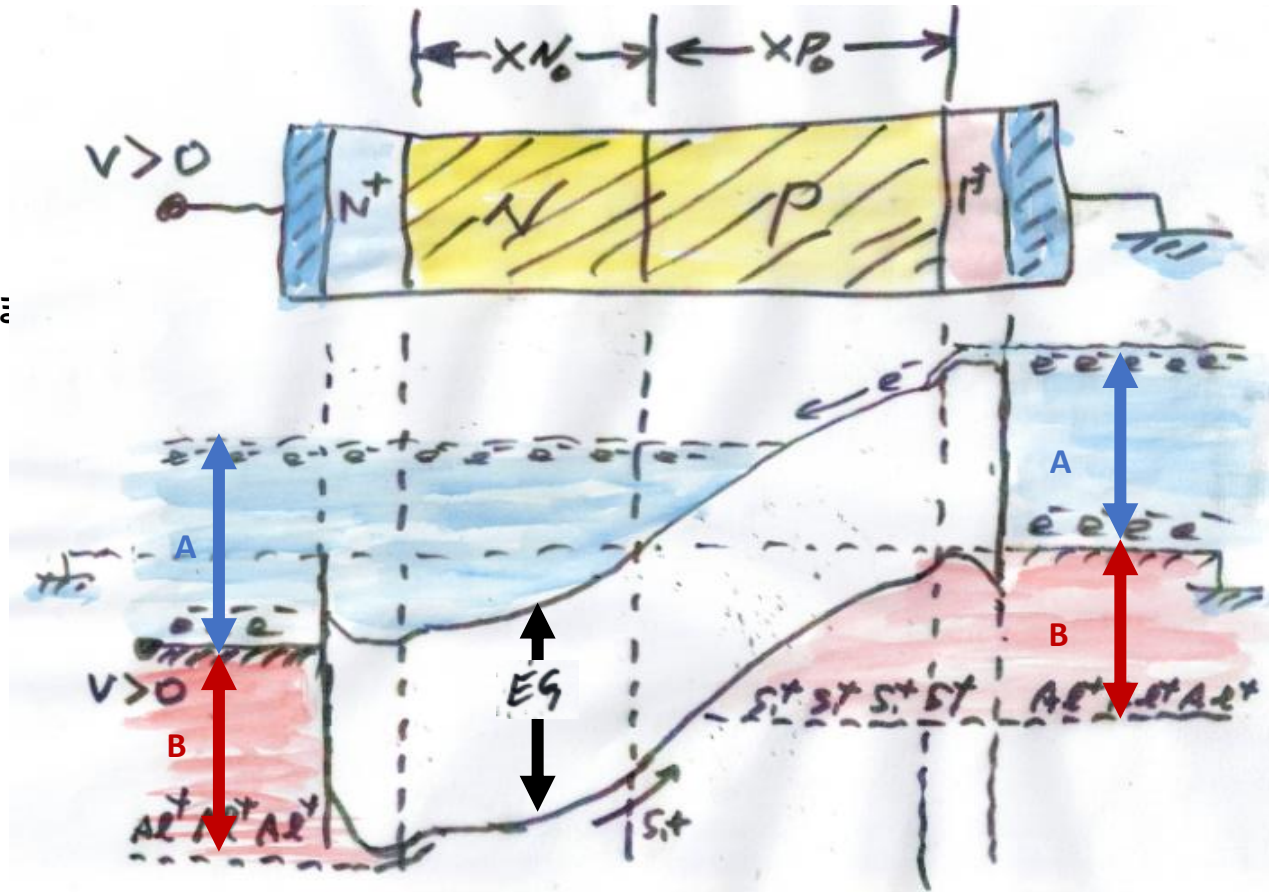
### 図3 逆BIASのP+PNN+接合のDIODEの物理モデル

DIODEの逆BIASの状態を示します。  
 N+端子側にプラスの電圧  $V > 0$  を  
 印加した場合は、N+N領域側の  
 「水面レベル」電位が下がります。  
 P+領域との電位差が大きくなり  
 空乏層幅 ( $X_{no}+X_{po}$ )が増大します。

P+側の端子から、少量の電子が流れ、  
 DIODEの逆BIASのリーク電流です。

N+側の端子からも少量のプラスの  
 電荷を浴びたSiliconのイオン( $Si^{+}$ )が  
 リーク電流として流れ込みます。

電子とSiliconのイオン( $Si^{+}$ )は  
 空乏層内で再結合します。それが  
 電気の流れ（リーク電流）として  
 観察されます。



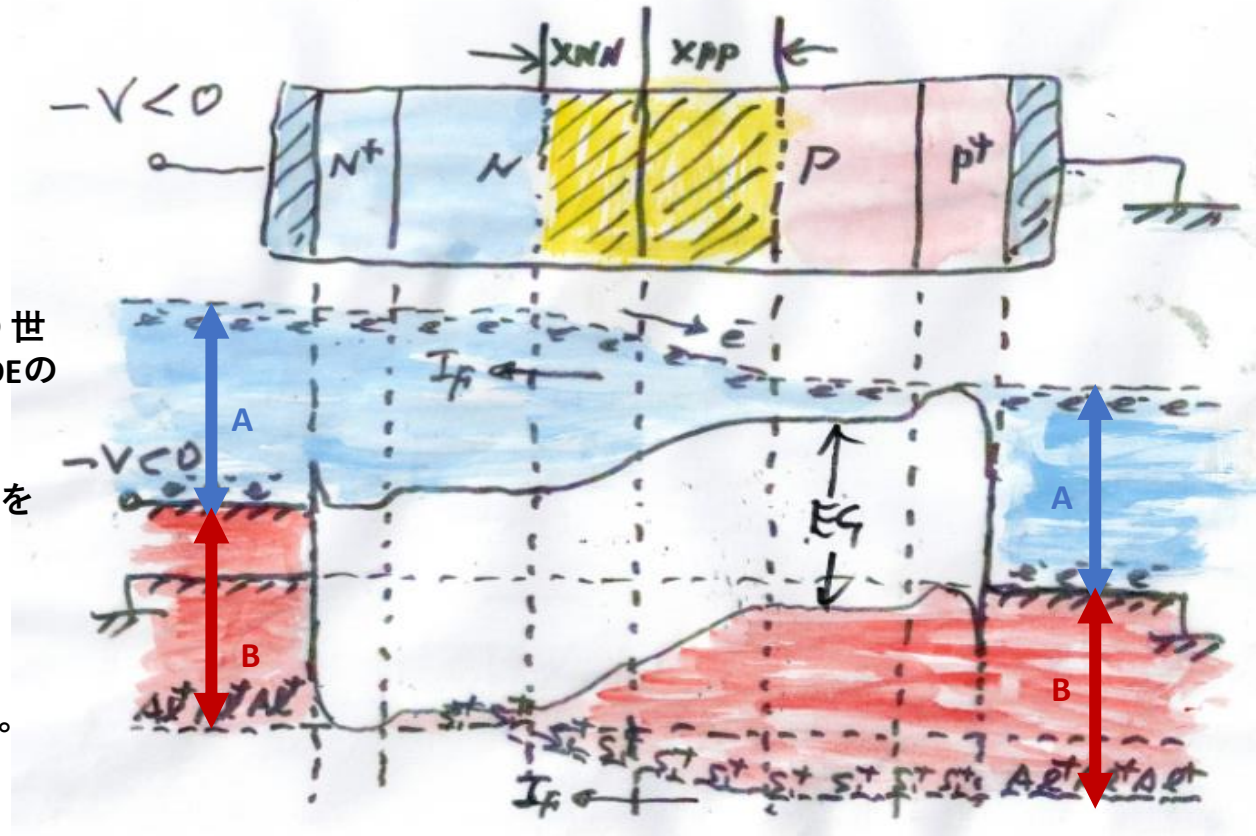
## 図4 順逆BIASのP+PNN+接合のDIODEの物理モデル

DIODEの順BIASの状態を示します。  
N+端子側にマイナスの電圧  $V < 0$  を印加した場合は、N+N領域側の「水面レベル」電位が上がります。P+P領域との電位差が小さくなり空乏層幅 ( $X_{NN} + X_{PP}$ ) が減少します。

N+側の端子から、大量の電子が津波の世様に空乏層領域に流れ込みます。DIODEの順方向大電流です。

P+側の端子からも大量のプラスの電荷を浴びたSiliconのイオン( $Si^+$ )が大電流として空乏層領域に流れ込みます。

大量の電子とSiliconのイオン( $Si^+$ )は空乏層内で再結合します。発熱します。順方向大電流として観察されます。



## 図5 順逆BIASとNO BIASのP+PNN+接合のDIODEの物理モデル

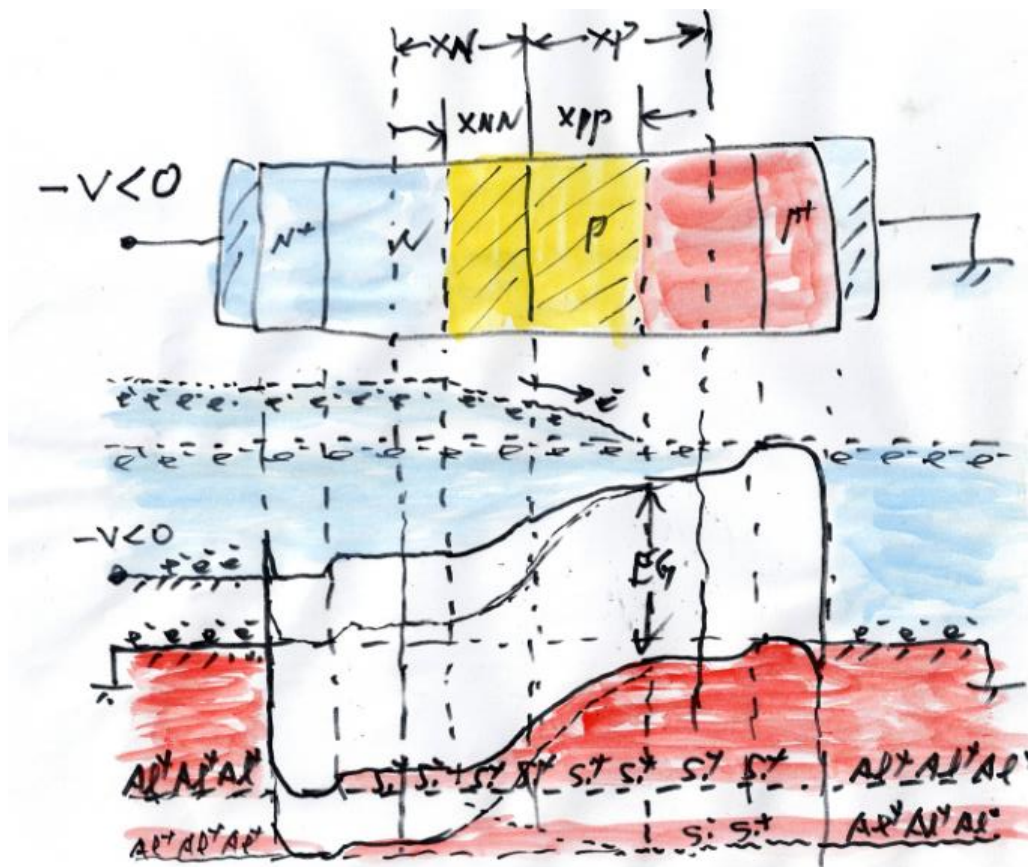
両端がGND電圧に接地された場合の図と、  
DIODEの順BIASの状態を重ねたものです。

両端がGND電圧に接地された場合と比較して、N+端子側にマイナスの電圧 $V < 0$ を印加した場合は、N+N領域側の電位が上がります。P+P領域との電位差が小さくなり空乏層幅 ( $X_{NN} + X_{PP}$ )が減少します。

N+側の端子から、大量の電子が津波の世様に空乏層領域に流れ込みます。DIODEの順方向大電流です。

P+側の端子からも大量のプラスの電荷を浴びたSiliconのイオン( $Si^+$ )が大電流として空乏層領域に流れ込みます。大量の電子とSiliconのイオン( $Si^+$ )は空乏層内で再結合します。発熱します。順方向大電流として観察されます。

両端が接地された場合は、電流はゼロです。



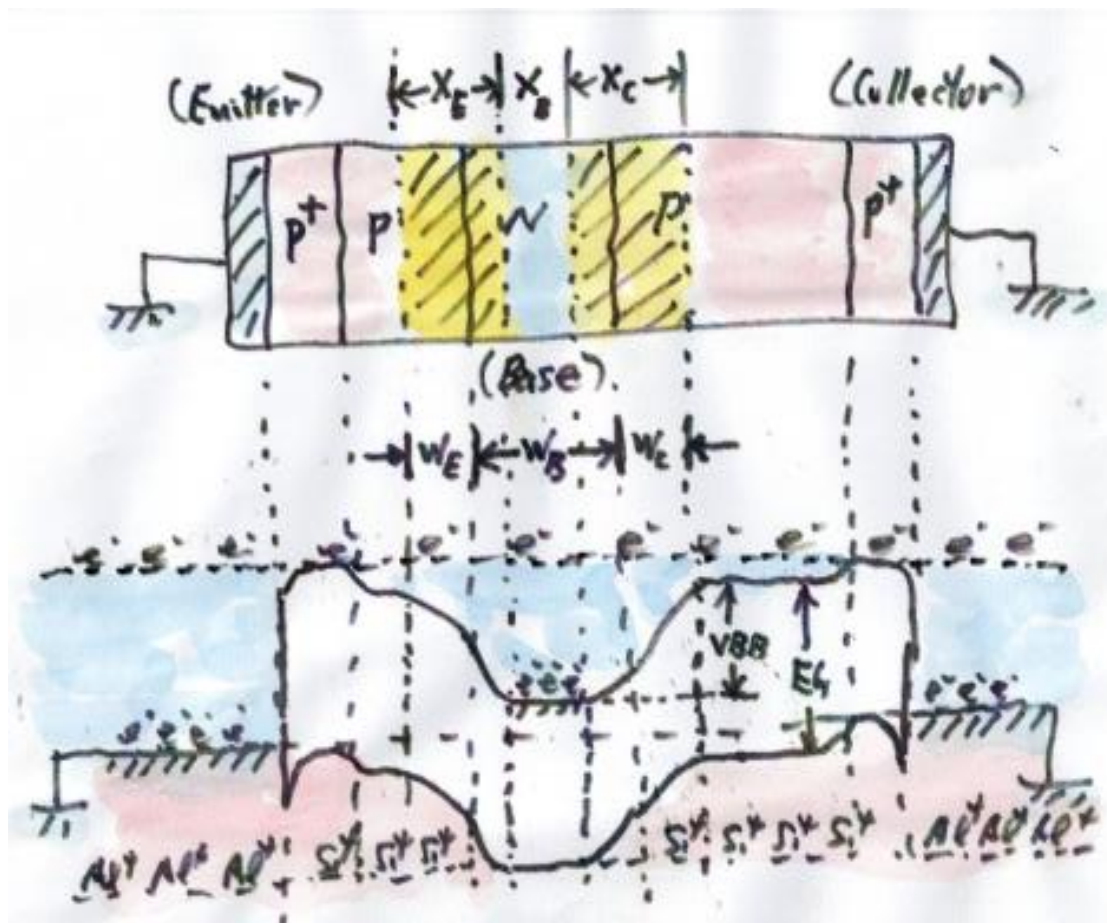
# 図 6

両端がGNDに接地されたP+PNPP+ダブル接合トランジスタ型受光素子

P+PNPP+ダブル接合型トランジスタ型の受光素子で両端がGND電圧に接地された場合の構造図とBAND図です。中央のBASE領域はFLOATING状態になります。通常BASE領域はMajority Carrierである電子が多数存在しその中がBASEには電界がなく電位はFLATです。

Emitter側にも、Collector側にも、空乏層領域が2つ離れて存在します。

BASE領域の幅  $W_B$  を狭めていきますと、Emitter側とCollector側の2つの空乏層領域の境界が接近します。最終的には境界がくっつき、 $X_B = 0$  になります。



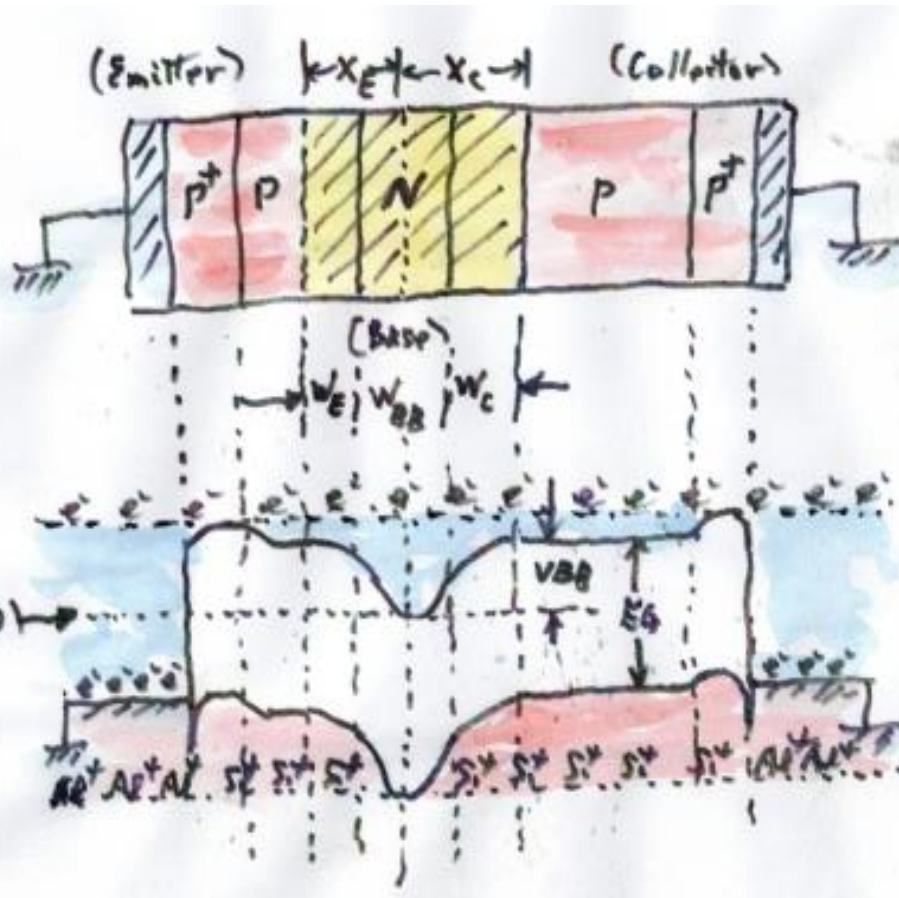
# 図 7

埋め込みN層の電位がピン留めされたP+PNPP+ダブル接合型受光素子

BASE領域の幅  $W_B$  を狭めていきますと、Emitter側とCollector側の2つの空乏層領域の境界が接近し、最終的には境界がくっつきます。 $X_B = 0$  になります。

そして、BASE領域の電位の谷が形成されます。電位の谷の深さ ( $V_{BB}$ ) は、両端の電圧がGND電位に固定の場合、EmitterとBaseとCollector領域濃度 ( $D_E, D_B, D_C$ ) により決定されます。

たるんでいた縄が、縄の両端を固定ピン留めすることにより、縄がつくる谷間の深さも固定され、ピン留めされます。これが KODAKが1984年にIEDM1984に命名したPinned Photodiodeの名前の由来です。しかし、この構造の発明は1975年の10月と11月のSONYが特許出願した発明が世界最初の発明の証拠になります。SONYは名前を付けませんでしたSONY(萩原)が出願特許の実施図には両端がピン留めされかつ中央の埋め込み層が完全空乏化されその谷間の不深さが固定、ピン留めされた図を明示しています。



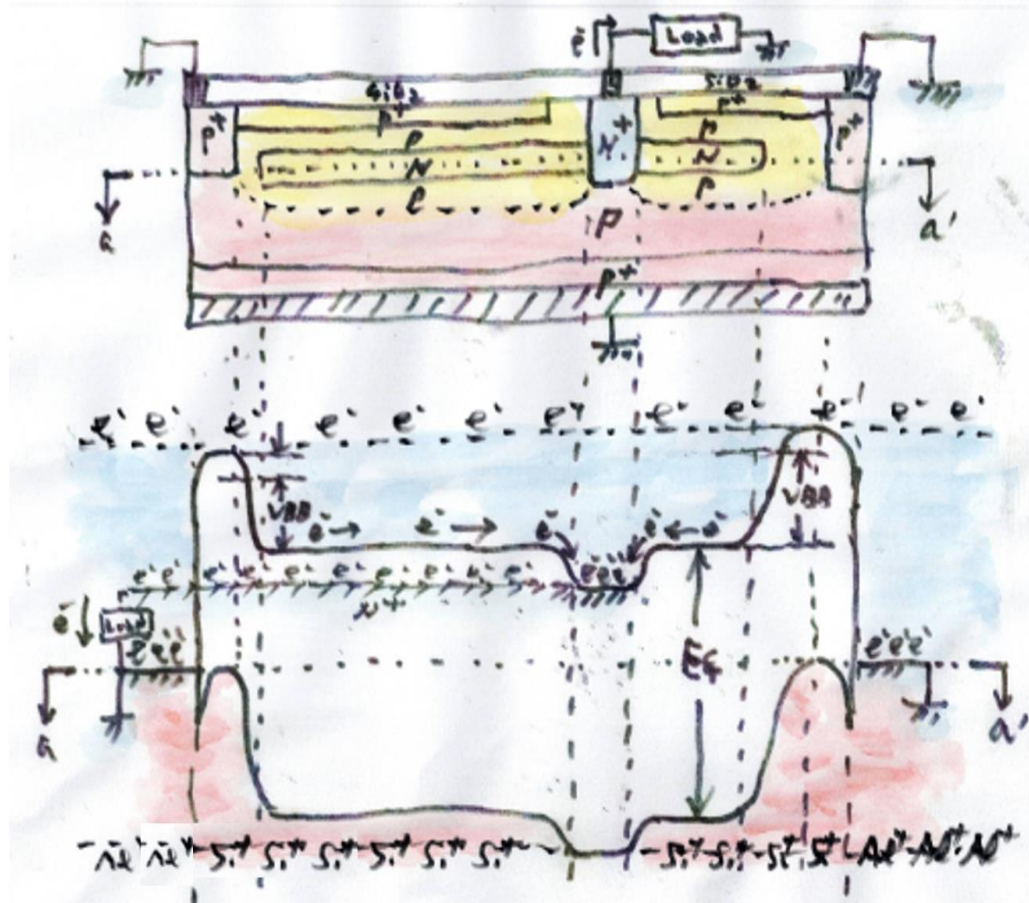
# 図 8

埋め込みN層の電位がピン留めされたP+PNPP+ダブル接合型太陽電池

SONY（萩原）が1975年に特許出願し1977年と1978年に原理試作したPNPダブル接合型受光素子はFT CCD Imager Sensorの受光素子として採用されて東京で開催のSSDM国際会議で報告しました。しかし、当時は、ILT CCD Imager Sensorが有望とされており、あまり、FT CCD Imager Sensorでの原理試作には注目されず関心が薄いでした。

受光面がピン留めされていない、PNPダブル接合型受光素子は1975年6月9日にPhilipsが発明しました。その構造をNECは開発し、ILT CCD方式のCCDに採用しIEDM1982で報告しました。NECが世界ではじめて、IEDM1982で、ILT CCD Imager Sensorに、PNPダブル接合型受光素子を採用し試作結果を報告しました。

続いて、KODAKが受光表面が電圧固定ピン留めする必要があることを強調し、隣接するLOCOS分離素子領域の底になるP+のチャンネルストップ領域と、受光表面のP+領域を導通されて、RC遅延ゼロのPinned Photodiode構造の受光素子で世界ではじめて、ILT CCD Imager Sensorに採用してその原理試作結果をIEDM1984で報告しました。



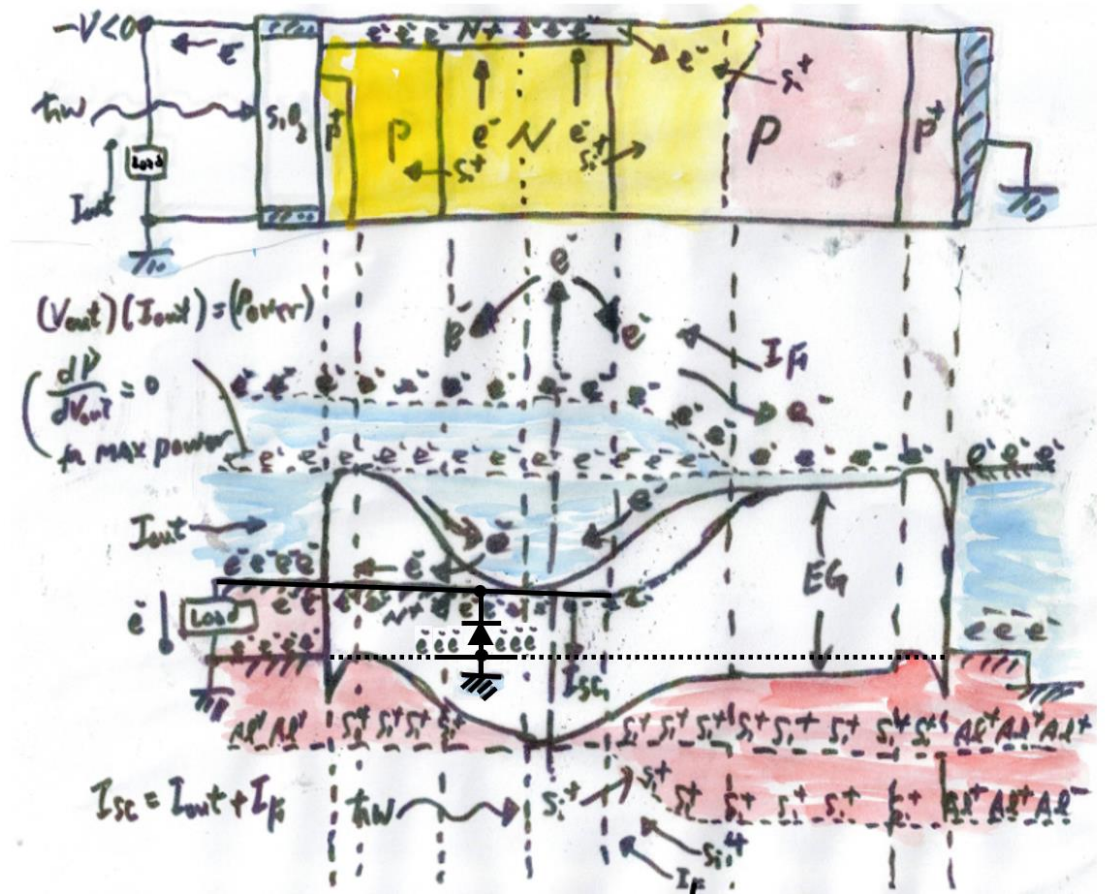


## 図9 P+PNPP+ダブル接合DIODE (新型太陽電池) の物理モデル

面積が小さいN+PP+接合領域と大面積のP+PNPP+ダブル接合との複合構造です。

大面積のP+PNPP+ダブル接合の領域で光電変換され生まれた光電子はゆっくりと、出力部のN+領域に完全空乏化された、埋め込みN層の中を再結合することなく移動します。

シリコン表面近傍では短波長青色光は光電変換され、高エネルギー3 eVに近い光電子が生まれますが、埋め込みN層の電界バリアに誘導されて、基板側に流れ込みことはありません。大面積のP+PNPP+ダブル接合領域内では、順方向電流には寄与しません。出力部のN+領域に到達すると、そこは光電子が多数集まり、光電子の密度が高い領域となり順方向電流と出力電流に分配されます。



# 図10 N+NPP+ シングル接合と P+PNPP+ ダブル接合太陽電池の等価回路

(a)

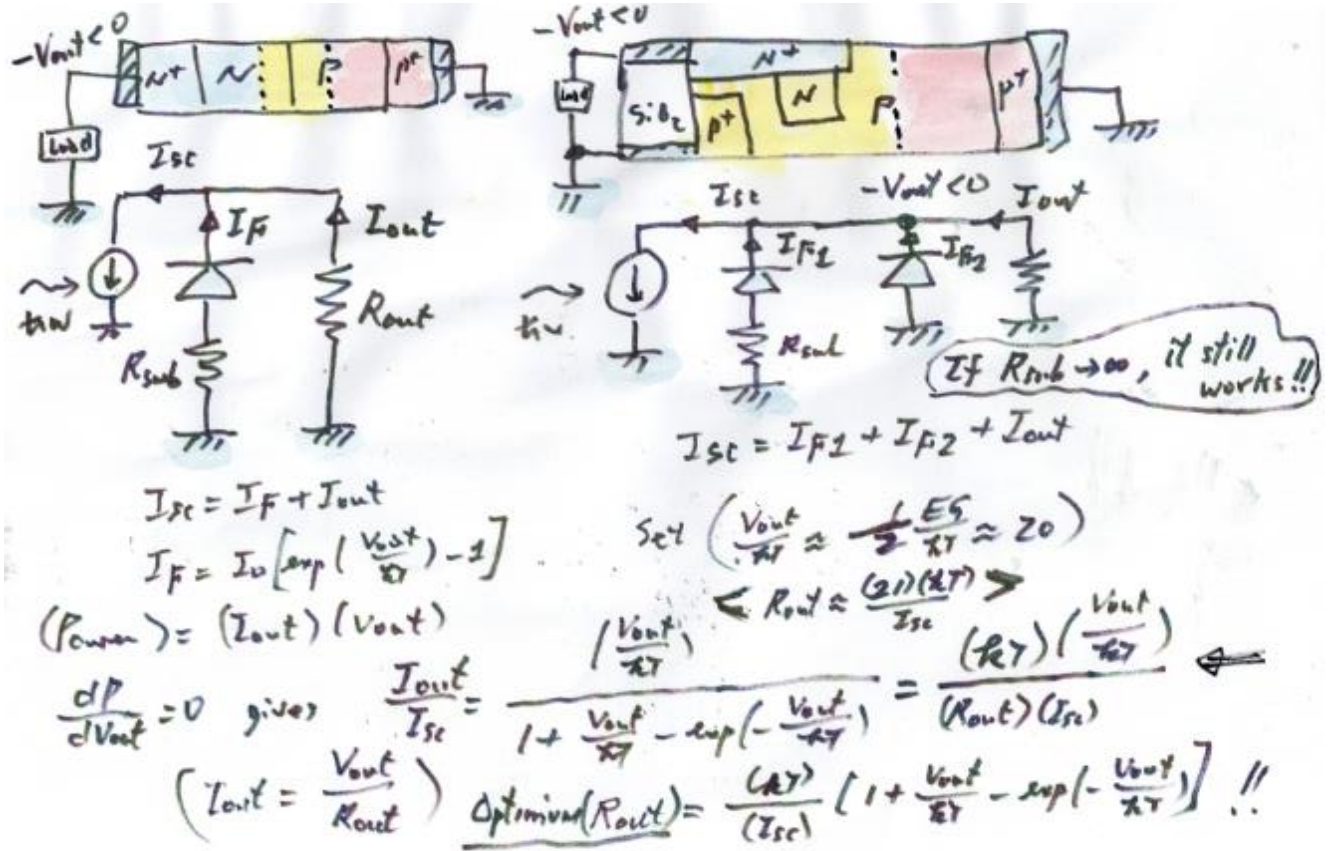
(b)

太陽光の照射量に比例して電流量  $I_{sc}$  が決まります。

Diodeの順方向電流  $I_F$  と出力負荷( $R_{out}$ ) に流れる出力電流  $I_{out}$  に分配されます。

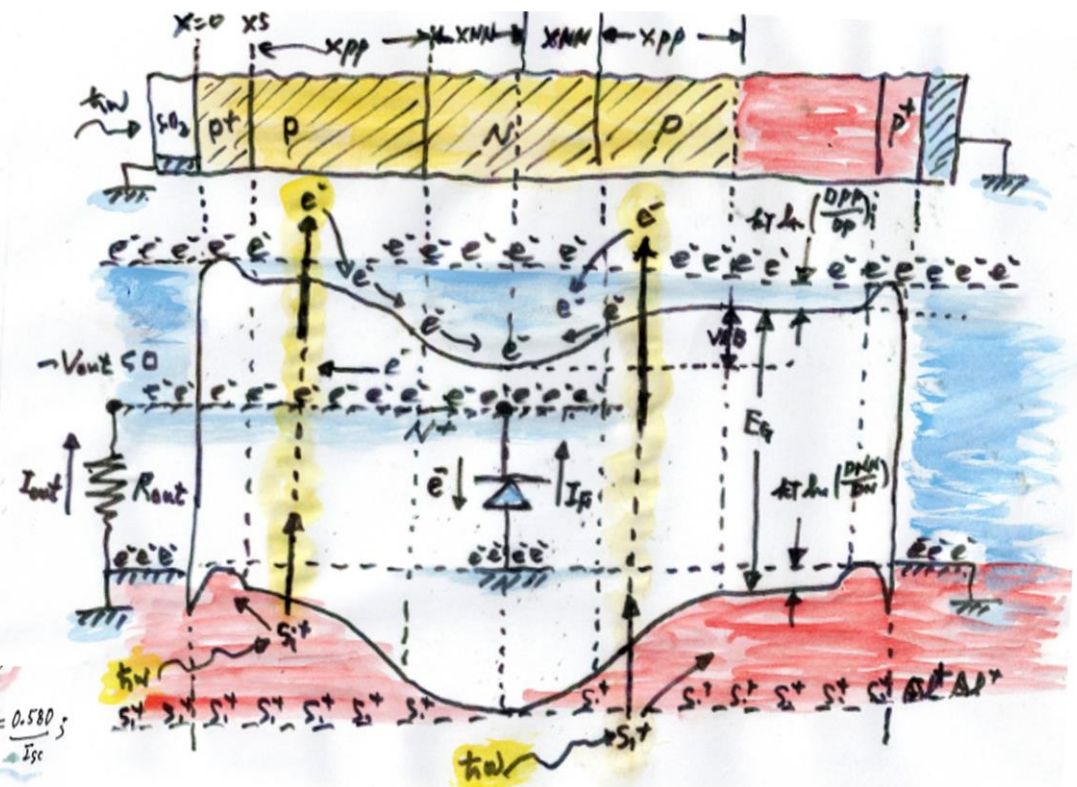
パワー  $P=(I_{out})(V_{out})$  の最大値を、 $dP/dV_{out} = 0$  とし求めます。 $I_{out}/I_{sc}$  の値が、 $(V_{out}/kT)$ の関数として決定されます。

MAXのパワーを得るために出力負荷抵抗  $R_{out}$  の値を太陽光の照射量に応じて、調整します。具体的には  $I_{out}=V_{out}/R_{out}$  の関係から、電流量  $I_{sc}$ の逆数に比例して出力負荷抵抗  $R_{out}$  の値を自動制御します。



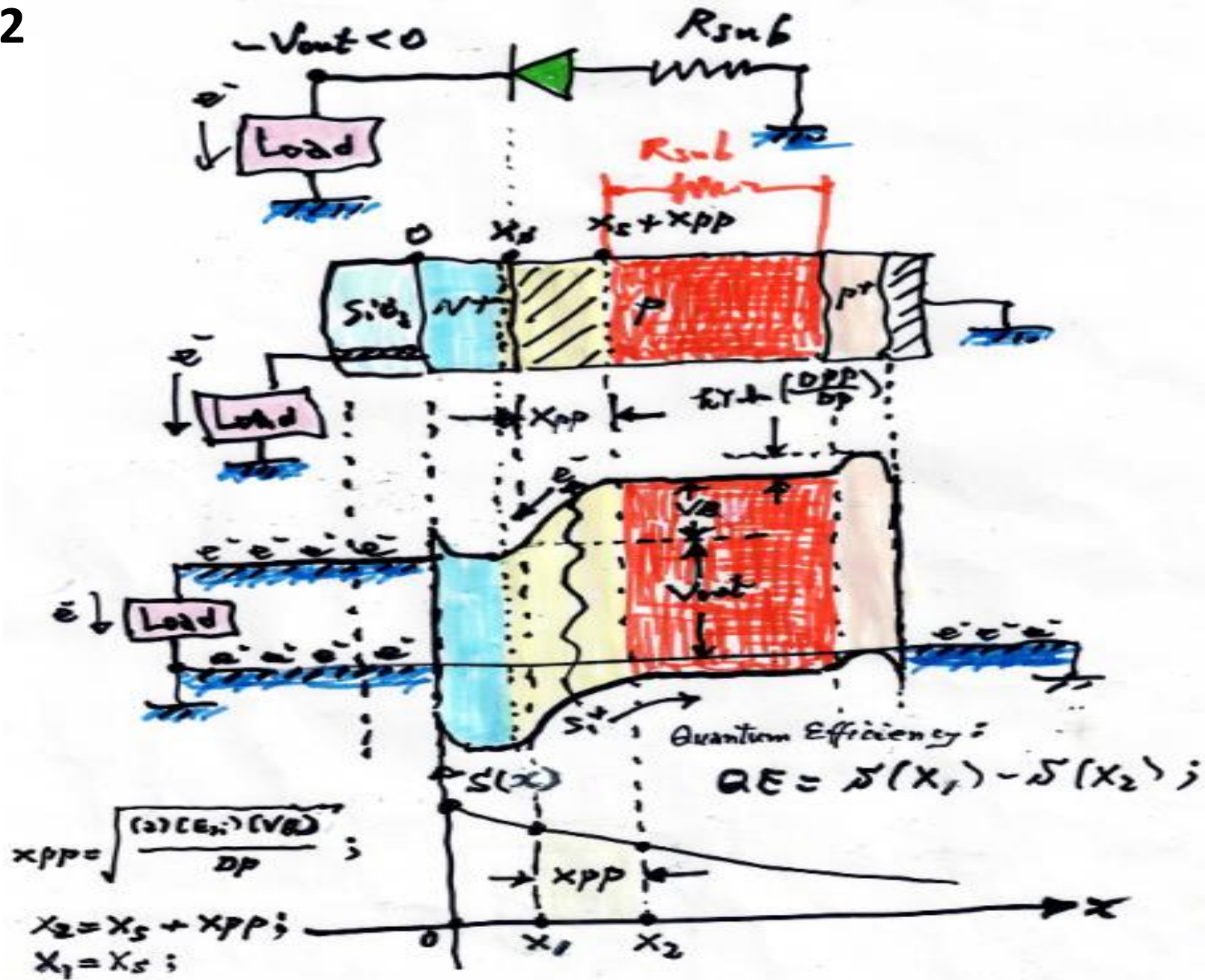
# 図11 Max Power 維持の為のP+PNPP+ダブル接合太陽電池の動作条件

- ①  $E_g = V_{out} + V_{BB} + (kT) \ln\left(\frac{DPP}{Dp}\right) + (kT) \ln\left(\frac{DNN}{DN}\right)$ ;
- ②  $(2E_g)(V_{BB}) = (X_{NN})^2 DN + (X_{PP})^2 DP$ ;
- ③  $(X_{NN})(DN) = (X_{PP})(DP)$ ;
- ④  $I_{sc} = I_{out} + I_{ff}$ ;  $I_{ff} = (I_0) \left\{ \exp\left(\frac{V_{out}}{kT}\right) - 1 \right\}$ ;
- ⑤  $(Power) = (I_{out})(V_{out}) = (I_{sc} - I_{ff})(V_{out})$ ;
- ⑥  $\frac{d(Power)}{dV_{out}} = 0$  gives MAX Power;
- ⑦  $\frac{I_{out}}{I_{sc}} = \frac{\left(\frac{V_{out}}{kT}\right)}{1 + \left(\frac{V_{out}}{kT}\right) - \exp\left(-\frac{V_{out}}{kT}\right)}$ ;
- ⑧  $(V_{out}) = (R_{out})(I_{out})$ ;
- ⑨  $(R_{out}) = \frac{(V_{out})}{(I_{out})} = \frac{(kT)}{(I_{sc})} \left\{ 1 + \left(\frac{V_{out}}{kT}\right) - \exp\left(-\frac{V_{out}}{kT}\right) \right\}$ ;
- ⑩ Choose  $V_{out} \approx \frac{1}{2} E_g$ ;  $V_{BB} = \frac{1}{2} E_g - (kT) \ln\left(\frac{DPP}{Dp}\right) - (kT) \ln\left(\frac{DNN}{DN}\right)$ ;
- ⑪  $\left(\frac{V_{out}}{kT}\right) \approx \frac{E_g}{(2kT)} \approx \frac{1.1}{(2)(0.0257)} = 21.4$ ;  $R_{out} \approx \frac{(0.0257)(22.4)}{I_{sc}} = \frac{0.580}{I_{sc}}$ ;
- ⑫  $R_{out}(\Omega) = \frac{0.580}{I_{sc}(\text{Amp})}$  for  $V_{out} \approx \frac{1}{2} E_g = 0.55 \text{ volt}$ ;

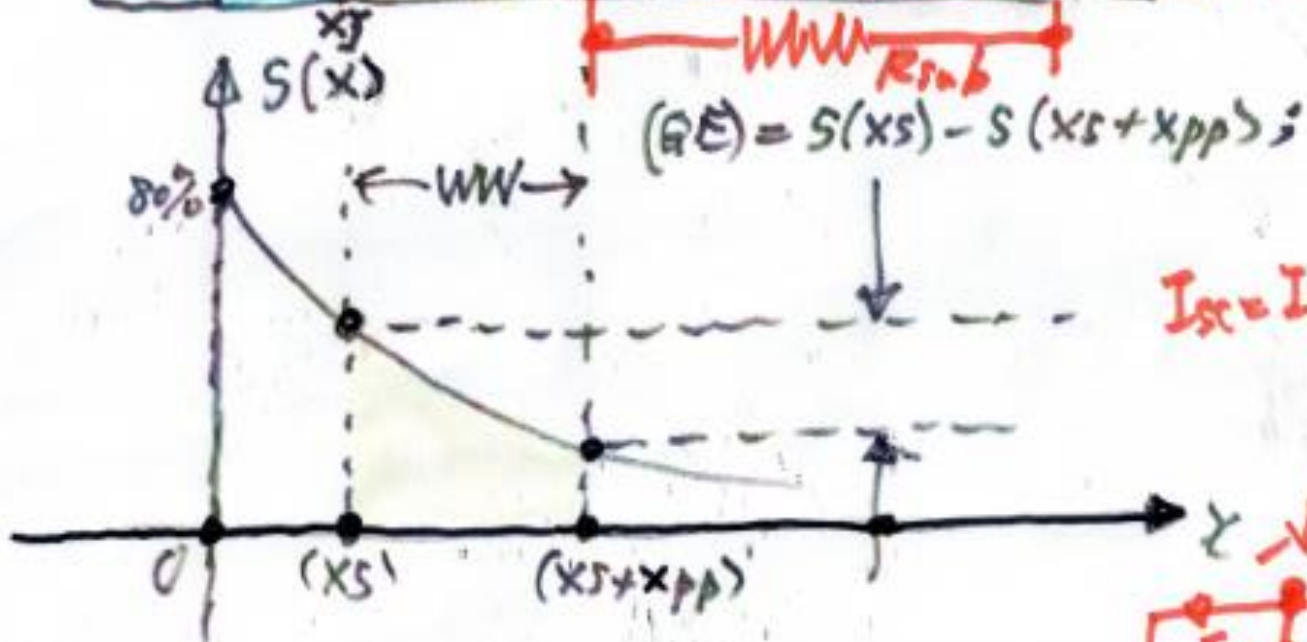
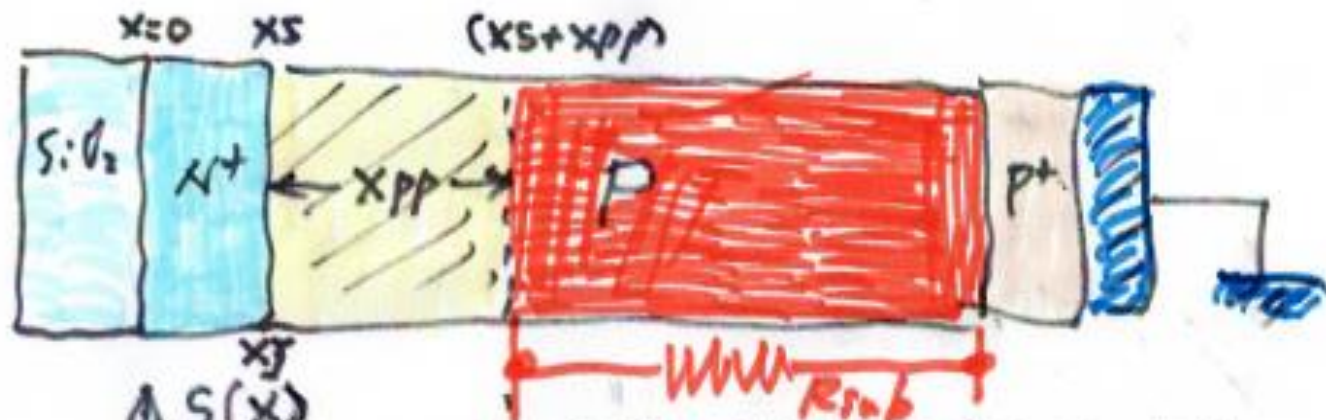


太陽光の照射電流量 (Isc) の大きさに応じて、蓄電池側の制御回路の実効出力抵抗Routの値を調整し、PowerをMAXに維持します。実際には、PowerがMAXにするために、出力電圧を Vout=EG/2 に維持することにより、最大Power 出力を得る事が可能になります。

图 12

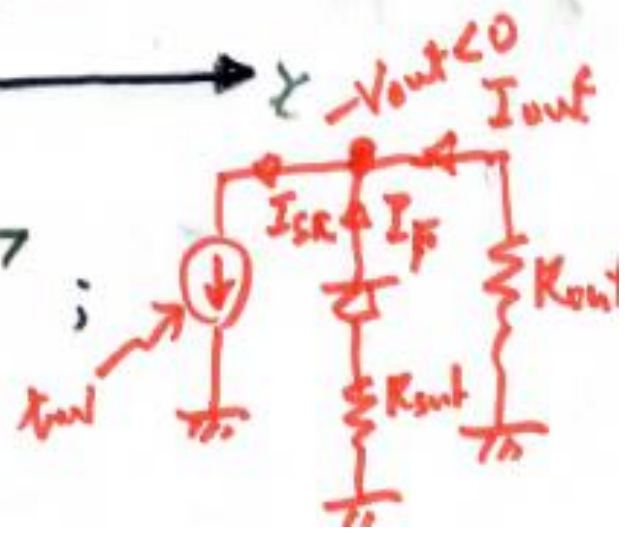


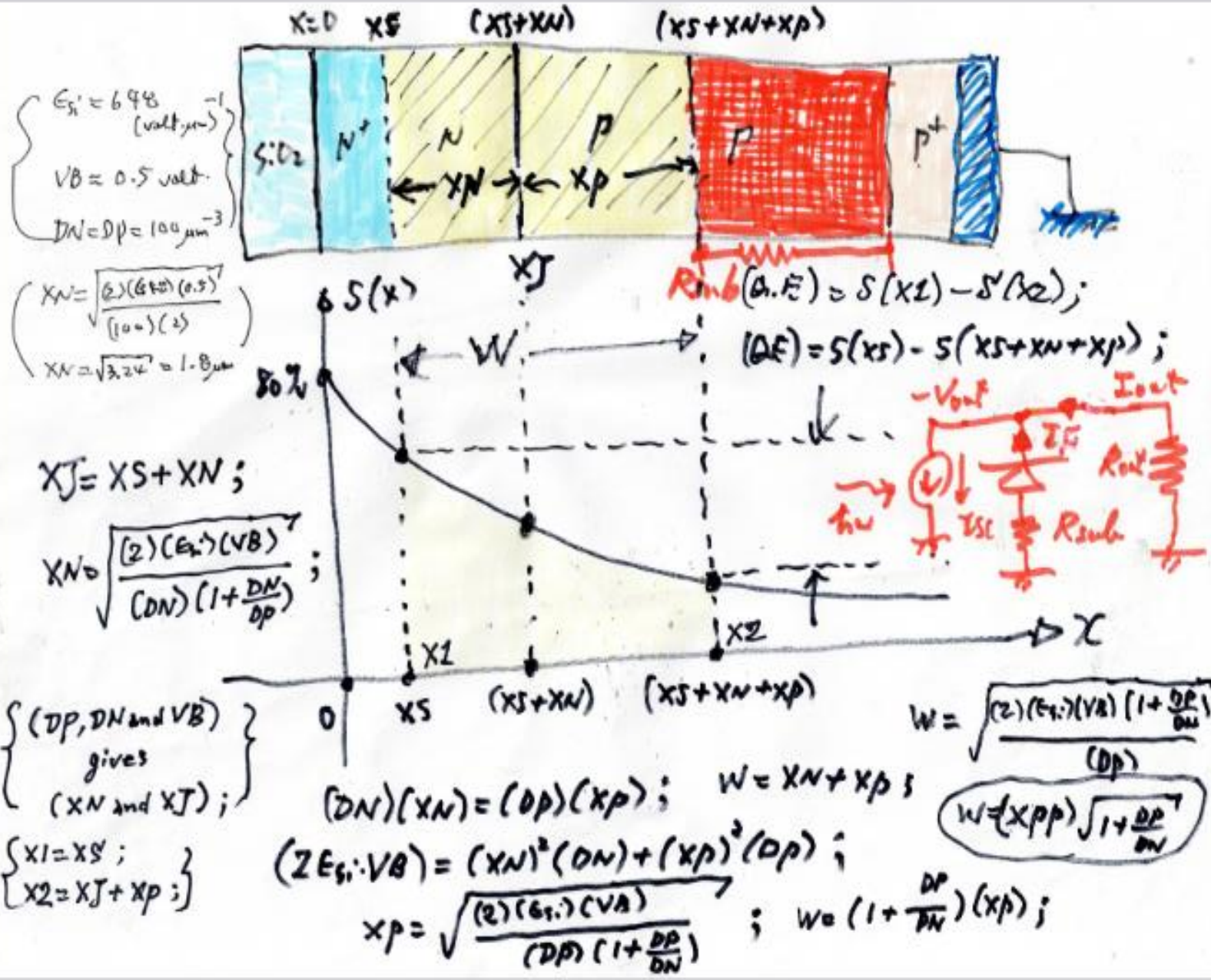
☒ 13



$I_{sc} = I_{out} + I_f$

$WW = x_{pp} = \sqrt{\frac{(Z)(E_{s_i})(VB)}{DP}}$





<N+pp+ single 接合>



$$I_f = A \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \left\{ \exp\left(\frac{V_{out}}{kT}\right) - 1 \right\};$$

$$I_{sc} = I_{out} + I_f ;$$

$$I_{out} = I_{sc} - I_f ;$$

$$(Power) = (V_{out})(I_{out}) ;$$

$$\frac{d(Power)}{dV_{out}} = 0 \text{ gives MAX power ;}$$

$$\frac{d(Power)}{dV_{out}} = I_{out} + (V_{out}) \frac{dI_{out}}{dV_{out}} = 0 ;$$

$$(R_{sub} \approx 0) \quad \frac{dI_{out}}{dV_{out}} = -\frac{dI_f}{dV_{out}} = -\frac{A}{kT} \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \exp\left(\frac{V_{out}}{kT}\right)$$

$$\frac{d(Power)}{dV_{out}} = (I_{sc} - I_f) - (V_{out}) \frac{dI_f}{dV_{out}}$$

$$= I_{sc} - (A) \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \left\{ \exp\left(\frac{V_{out}}{kT}\right) - 1 \right\}$$

$$- \left(\frac{V_{out}}{kT}\right) (A) \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \exp\left(\frac{V_{out}}{kT}\right) = 0 ;$$

$$I_{sc} = (A) \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \left\{ \left(1 + \frac{V_{out}}{kT}\right) \exp\left(\frac{V_{out}}{kT}\right) - 1 \right\} ;$$

$$I_{out} = I_{sc} - (A) \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \left\{ \exp\left(\frac{V_{out}}{kT}\right) - 1 \right\} ;$$

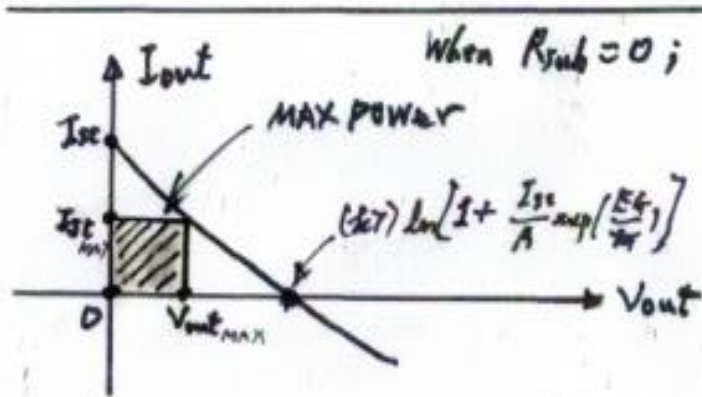
$$I_{out} = (A) \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \exp\left(\frac{V_{out}}{kT}\right) \left(\frac{V_{out}}{kT}\right) ;$$

$$\left(\frac{I_{out}}{I_{sc}}\right)_{MAX} = \frac{\left(\frac{V_{out}}{kT}\right)_{MAX}}{1 + \left(\frac{V_{out}}{kT}\right)_{MAX} - \exp\left(-\frac{V_{out}}{kT}\right)_{MAX}} ; \quad (1)$$

$$I_{out} = I_{sc} - I_F ; \quad I_F = A \exp\left(-\frac{E_f}{kT}\right) \left\{ \exp\left(\frac{V_{out}}{kT}\right) - 1 \right\} ;$$

$$I_{out} = I_{sc} - A \exp\left(-\frac{E_f}{kT}\right) \left\{ \exp\left(\frac{V_{out}}{kT}\right) - 1 \right\} ;$$

- When  $V_{out} = 0$ ,  $I_{out} = I_{sc}$  ;
- When  $V_{out} = E_f$ ,  $I_{out} = I_{sc} - A \left(1 - \exp\left(-\frac{E_f}{kT}\right)\right)$  ;
- When  $I_{out} = 0$ ,  $V_{out} = (kT) \ln\left[1 + \frac{I_{sc}}{A} \exp\left(\frac{E_f}{kT}\right)\right]$  ;

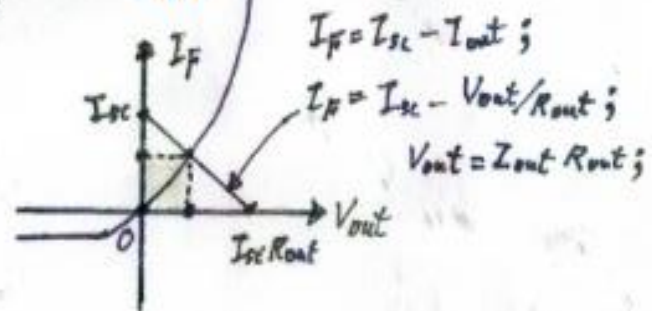
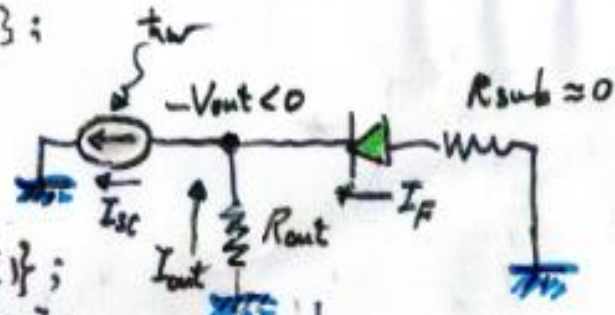


(Power) = (Iout)(Vout) ;  $V_{out} = (R_{out})(I_{out})$  ;

$\frac{d(Power)}{dV_{out}} = 0$  gives MAX Power ;

$$\left(\frac{I_{out}}{I_{sc}}\right)_{MAX} = \frac{\left(\frac{V_{out}}{kT}\right)_{MAX}}{1 + \left(\frac{V_{out}}{kT}\right)_{MAX} - \exp\left(-\frac{V_{out}}{kT}\right)_{MAX}} ; \quad \textcircled{1}$$

$$(R_{out})_{MAX} = \frac{(kT)}{I_{sc}} \left\{ 1 + \left(\frac{V_{out}}{kT}\right)_{MAX} - \exp\left(-\frac{V_{out}}{kT}\right)_{MAX} \right\} ;$$



$$I_F = A \exp\left(-\frac{E_f}{kT}\right) \left\{ \exp\left(\frac{V_{out}}{kT}\right) - 1 \right\} ;$$

$$I_F = I_{sc} - \frac{V_{out}}{R_{out}} ; \quad I_{out} = \frac{V_{out}}{R_{out}} ;$$

$$\begin{cases} I_{sc} = \left(\frac{V_{out}}{R_{out}}\right) + A \exp\left(-\frac{E_f}{kT}\right) \left\{ \exp\left(\frac{V_{out}}{kT}\right) - 1 \right\} ; \\ I_F = A \exp\left(-\frac{E_f}{kT}\right) \left\{ \exp\left(\frac{V_{out}}{kT}\right) - 1 \right\} ; \\ I_{out} = \frac{V_{out}}{R_{out}} ; \end{cases}$$

$$\frac{I_{out}}{I_{sc}} = \frac{\left(\frac{V_{out}}{R_{out}}\right)}{\left(\frac{V_{out}}{R_{out}}\right) + A \exp\left(-\frac{E_f}{kT}\right) \left\{ \exp\left(\frac{V_{out}}{kT}\right) - 1 \right\}} ; \quad \textcircled{2}$$



✳️ 17 For MAX Power, ① and ② give ③;

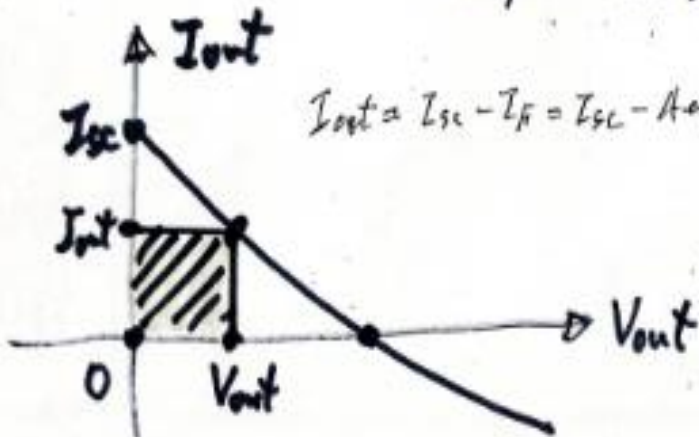
$$\frac{I_{out}}{I_{sc}} = \frac{\left(\frac{V_{out}}{R_T}\right) \quad \text{①}}{1 + \left(\frac{V_{out}}{R_T}\right) - \exp\left(-\frac{V_{out}}{R_T}\right)} = \frac{\left(\frac{V_{out}}{R_{out}}\right) \quad \text{②}}{\left(\frac{V_{out}}{R_{out}}\right) + A \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \left\{ \exp\left(\frac{V_{out}}{kT}\right) - 1 \right\}} ;$$

$$\left(\frac{R_{out}}{R_T}\right) \left\{ \frac{V_{out}}{R_{out}} + A \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \left\{ \exp\left(\frac{V_{out}}{kT}\right) - 1 \right\} \right\} = 1 + \left(\frac{V_{out}}{R_T}\right) - \exp\left(-\frac{V_{out}}{R_T}\right) ;$$

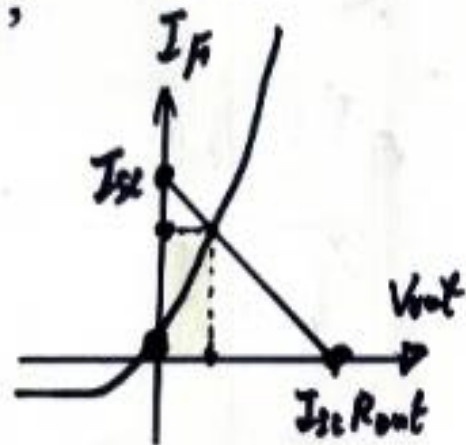
$$\left(\frac{R_{out}}{R_T}\right) A \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \left\{ \exp\left(\frac{V_{out}}{kT}\right) - 1 \right\} = 1 - \exp\left(-\frac{V_{out}}{R_T}\right) ;$$

$$R_{out} = \frac{\left(R_T\right) \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{V_{out}}{R_T}\right) \right\}}{A \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \left\{ \exp\left(\frac{V_{out}}{kT}\right) - 1 \right\}} ;$$

$$\textcircled{3} \quad R_{out} = \frac{\left(R_T\right) \exp\left(-\frac{V_{out}}{R_T}\right)}{A \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right)} ;$$



$$I_{out} = I_{sc} - I_f = I_{sc} - A \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \left\{ \exp\left(\frac{V_{out}}{kT}\right) - 1 \right\} ;$$



$$\begin{cases} I_f = I_{sc} - I_{out} = I_{sc} - \frac{V_{out}}{R_{out}} ; \\ I_f = A \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \left\{ \exp\left(\frac{V_{out}}{kT}\right) - 1 \right\} ; \end{cases}$$



$$I_{sc} = I_{out} + I_F \quad ; \quad I_{out} = V_{out} / R_{out} \quad ;$$

$$I_F = A \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \left\{ \exp\left(\frac{V_{out}}{kT}\right) - 1 \right\} \quad ;$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{I_{out}}{I_{sc}} = \frac{I_{out}}{I_{out} + I_F} = \frac{(V_{out}/R_{out})}{(V_{out}/R_{out}) + A \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \left\{ \exp\left(\frac{V_{out}}{kT}\right) - 1 \right\}} \quad ;$$

$$\text{(Power)} = (I_{out})(V_{out}) \quad ;$$

$$\frac{d(\text{Power})}{dV_{out}} = 0 \quad \text{for MAX POWER.}$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{I_{out}}{I_{sc}} = \frac{(V_{out}/kT)}{1 + (V_{out}/kT) - \exp\left(-\frac{V_{out}}{kT}\right)} \quad ;$$

① and ② give for MAX POWER,

$$R_{out} = \frac{(kT) \exp\left(-\frac{V_{out}}{kT}\right)}{A \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right)} \quad ;$$

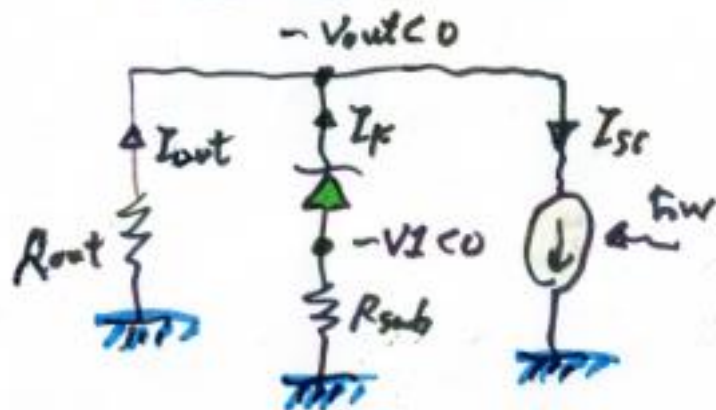
In order to maintain  $V_{out} \approx \frac{1}{2} E_g$ ,

we must adjust  $R_{out}$  so that we have

$$R_{out}(V_{out}) = \frac{(kT) \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)}{A} \quad \textcircled{3}$$

When  $V_{out} = \frac{1}{2} E_g$  -- for some sun light power.

N<sup>+</sup>P Single 接合型太陽電池



①  $I_{sc} = I_{out} + I_F$  ;

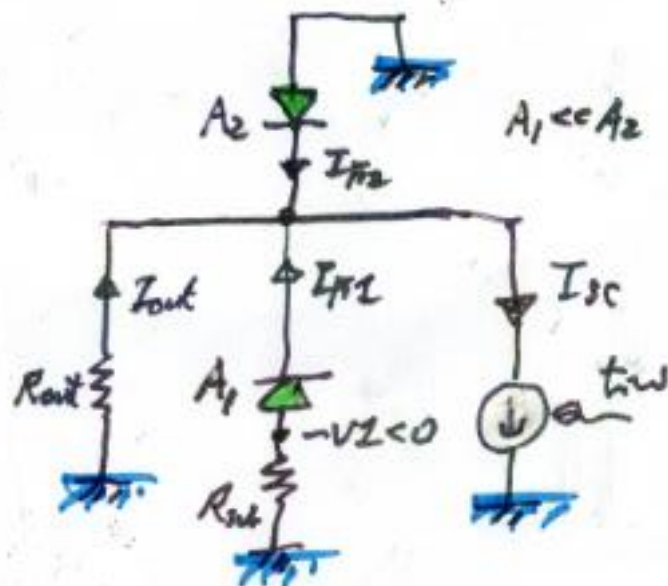
②  $I_F = A \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \left\{ \exp\left(\frac{V_{out} - V_1}{kT}\right) - 1 \right\}$  ;

③  $I_{out} = V_{out} / R_{out}$  ;

④  $V_1 = (R_{sub})(I_F)$  ;

$\left. \begin{aligned} \text{(Power)} &= (I_{out})(V_{out}) ; \\ \frac{d(\text{Power})}{dV_{out}} &= 0 \text{ gives MAX Power ;} \end{aligned} \right\}$

P<sup>+</sup>PNP<sup>+</sup> 接合型太陽電池



①  $I_{sc} = I_{out} + I_{F1} + I_{F2}$  ;

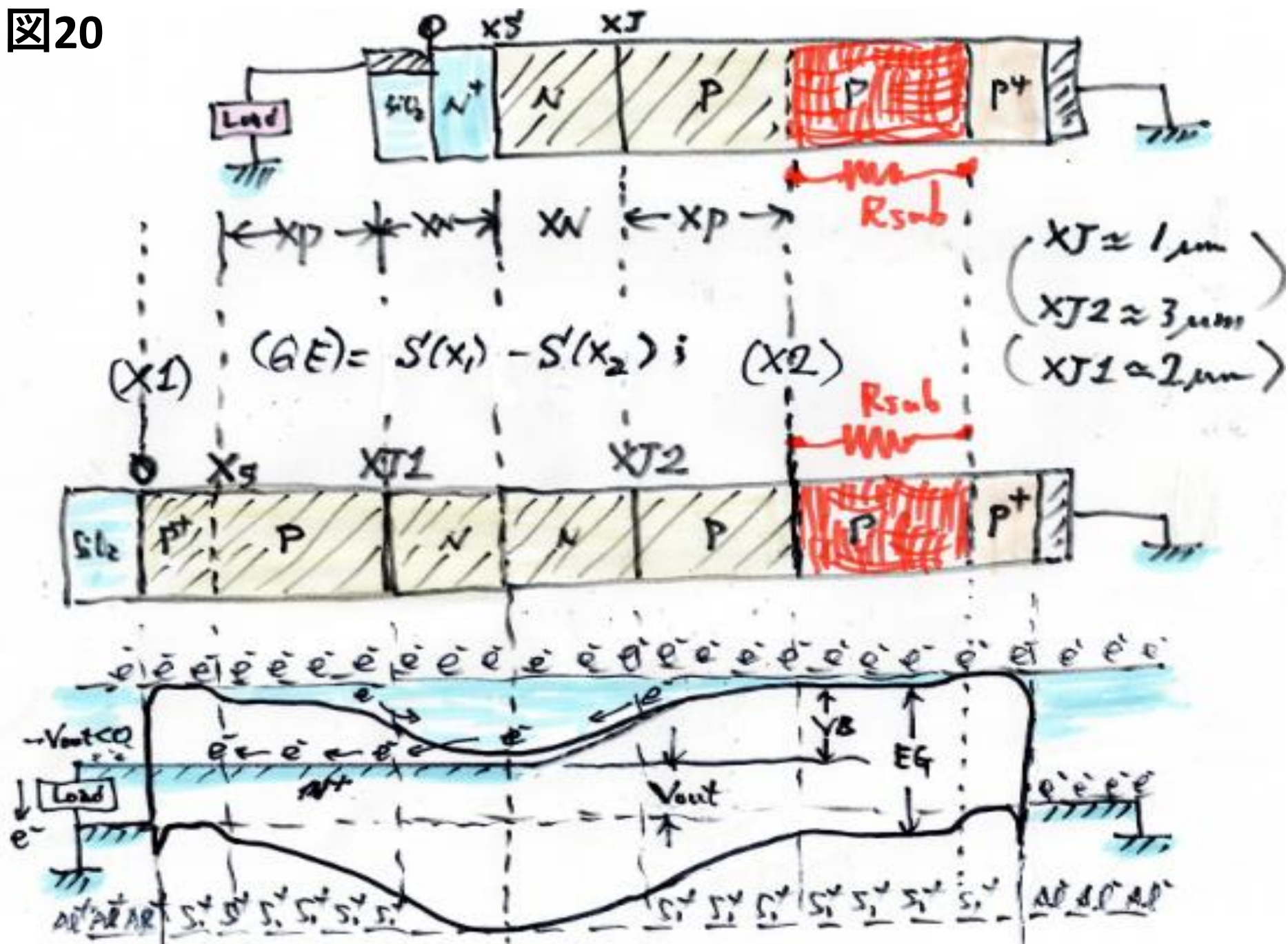
②  $I_{F1} = A_1 \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \left\{ \exp\left(\frac{V_{out} - V_2}{kT}\right) - 1 \right\}$  ;

③  $I_{F2} = A_2 \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \left\{ \exp\left(\frac{V_{out}}{kT}\right) - 1 \right\}$  ;

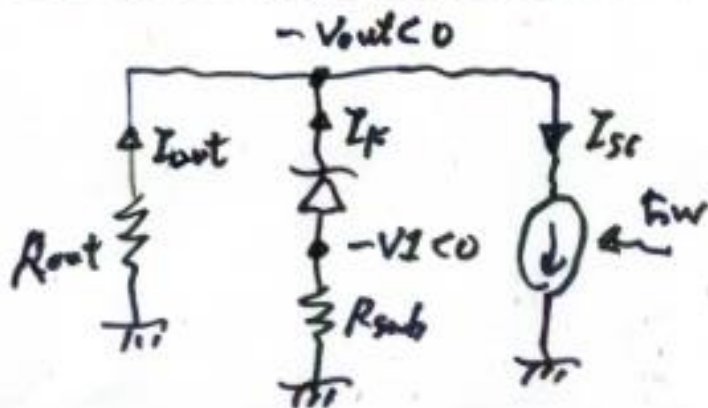
④  $I_{out} = V_{out} / R_{out}$  ;

⑤  $V_2 = (R_{sub})(I_{F1})$  ;

图20



NPN Single Junction Solar Cell



For  $R_{sub} \ll 0$ ,

①  $I_{sc} = I_{out} + I_F$ ;

②  $I_F = A \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \left\{ \exp\left(\frac{V_{out} - V_1}{kT}\right) - 1 \right\}$ ;

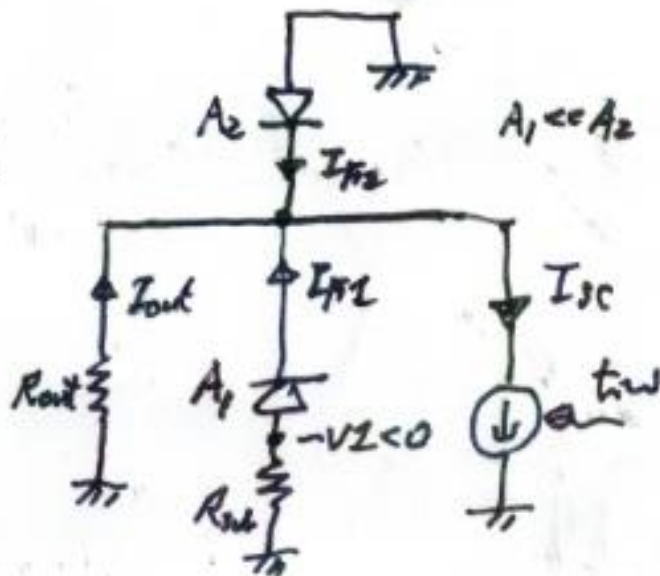
③  $I_{out} = V_{out} / R_{out}$ ;

④  $V_1 = (R_{sub})(I_F)$ ;

$\left\{ \begin{aligned} (Power) &= (I_{out})(V_{out}); \\ \frac{d(Power)}{dV_{out}} &= 0 \text{ gives MAX Power;} \end{aligned} \right\}$

$\Rightarrow$  Choose  $R_{out} = (kT)(A) \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \exp\left(-\frac{V_{out}}{kT}\right)$ ;

PNPPT Single Junction Solar Cell



①  $I_{sc} = I_{out} + I_{F2} + I_{F2}$ ;

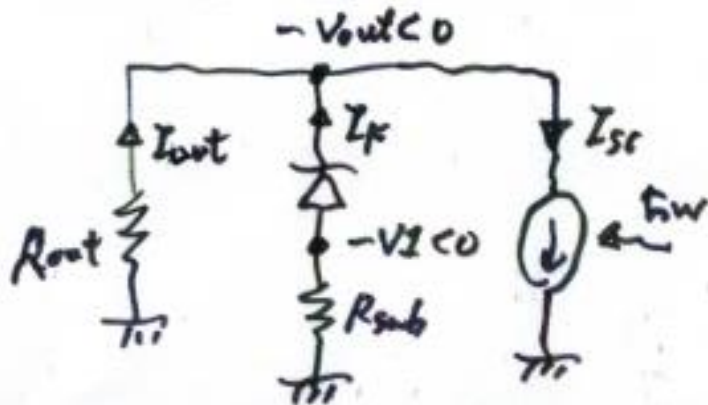
②  $I_{F1} = A_1 \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \left\{ \exp\left(\frac{V_{out} - V_1}{kT}\right) - 1 \right\}$ ;

③  $I_{F2} = A_2 \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \left\{ \exp\left(\frac{V_{out}}{kT}\right) - 1 \right\}$ ;

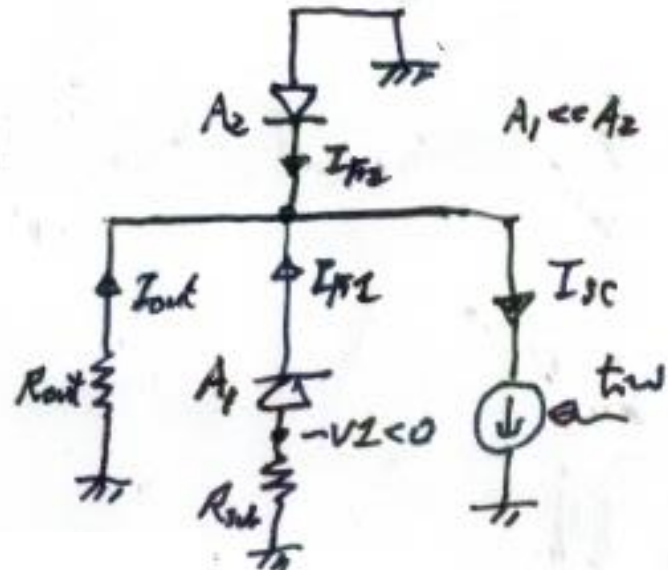
④  $I_{out} = V_{out} / R_{out}$ ;

⑤  $V_1 = (R_{sub})(I_{F1})$ ;

NPN Simple 穩合型太陽電池



PNPPT 穩合型太陽電池



(Power) = (I<sub>out</sub>)(V<sub>out</sub>);

$\frac{d \text{Power}}{dV_{out}} = 0$  for MAX power.

①  $\frac{I_{out}}{I_{sc}} = \frac{(V_{out}/kT)}{1 + (V_{out}/kT) - \exp(-\frac{V_{out}}{kT})}$ ;

① and ② give for MAX power,  
 $R_{out} = \frac{(kT) \exp(-\frac{V_{out}}{kT})}{A \exp(-\frac{E_g}{kT})}$ ;

$I_{sc} = I_{out} + I_f$  ;  $I_{out} = V_{out}/R_{out}$  ;

$I_f = A \exp(-\frac{E_g}{kT}) \left\{ \exp\left(\frac{V_{out}}{kT}\right) - 2 \right\}$  ;

②  $\frac{I_{out}}{I_{sc}} = \frac{I_{out}}{I_{out} + I_f} = \frac{(V_{out}/R_{out})}{(V_{out}/R_{out}) + A \exp(-\frac{E_g}{kT}) \left\{ \exp\left(\frac{V_{out}}{kT}\right) - 2 \right\}}$  ;